

RESEARCH IN NATURAL AND ENGINEERING
SCIENCES

RESEARCH IN
NATURAL AND ENGINEERING
SCIENCES

EDITOR: DOÇ. DR. İLHAN ÇELİK

RESEARCH IN NATURAL AND ENGINEERING SCIENCES



Research in Natural and Engineering Sciences

Editor: Doç. Dr. İlhan ÇELİK
(ORCID: 0000-0001-6757-834X)

Bu kitap, Gelenbevi Bilimsel Araştırmalar Dergisi
editörlüğünde hazırlanmıştır.



Research in Natural and Engineering Sciences

Editor: Doç. Dr. İlhan ÇELİK

Genel Yayın Yönetmeni: Berkan Balpetek

Kapak ve Sayfa Tasarım: Duvar Design

Duvar Yayınları: Temmuz, 2022

Yayıncı Sertifika No: 16122

ISBN: 978-625-8109-54-2

© **Duvar Yayınları**

853 Sokak No:13 P.10 Kemeraltı-Konak/İzmir

Tel.: (0) 0 232 484 88 68

www.duvar yayinlari.com

duvarkitabevi@gmail.com

Baskı ve Cilt: Sonçağ Yayıncılık Matbaacılık Reklam San Ve Tic.

Ltd. İstanbul Cad. İstanbullu Çarşısı No:48/48-49

İskitler 06070 Ankara

Tel: 03123413667

Sertifika No:47865

ÖNSÖZ

Günümüz dünyasında Fen bilimleri ve Mühendislik alanlarında yapılan çalışmalar, nitelik ve nicelik yönünden daha kapsamlı olarak yeni yaklaşımları da tetiklemektedir. Fen bilimleri ve Mühendislik alanlarında güncel konulara dair bilimsel çalışmaları bir araya getirmeye çalıştığımız bu kitap, ilgili alanda çalışma yapan birçok, araştırmacıya öncülük ederek, yeni bilimsel çalışmalara da ışık tutacaktır. Kitap beş bölümden oluşmaktadır. Bu bölümlerde sırasıyla, "Fiziksel Risk Etmenli Sağlık Sorunlarının Mekanik Tasarımdaki İyileşme İle Sağlanması: Uygulama Örneği", "Geometrik Analizde Hermite Diferansiyel Denklemi ve Hermite Polinomları", "Yivli Kanallarda Vorteks Üreteçlerinin Isı Transferine Etkisi", "Machine Learning-Based Modeling Of Nonlinear Behavior of Reinforced Concrete Shear Walls" ve "The Applications Of Supercapacitors For Energy Storage: A Review" başlıklarıyla birbirinden bağımsız araştırmalar, yazarlar tarafından bilimsel değerler ve etik kuralları göz önünde bulundurularak değerlendirilmiştir.

Bu kitabın hazırlanmasında emeği geçen tüm yazarlara, editör ve hakemlere, Gelenbevi Bilimsel Araştırmalar Dergisine ve Duvar Yayınevine teşekkür ediyoruz.

İçindekiler

Fiziksel Risk Etmenli Sağlık Sorunlarının Mekanik Tasarımdaki İyileşme İle Sağlanması: Uygulama Örneği	5
Ali Kemal ÇAKIR, Bülent AKINCI	5
Geometrik Analizde Hermite Diferansiyel Denklemi ve Hermite Polinomları ..	16
Numan YALÇIN	16
Yivli Kanallarda Vorteks Üreteçlerinin Isı Transferine Etkisi	42
Selma AKÇAY	42
Machine Learning-Based Modeling Of Nonlinear Behavior Of Reinforced Concrete Shear Walls	65
Zeynep DEĞER	65
The Applications Of Supercapacitors For Energy Storage: A Review	78
Fatih ERDEMİR	78

Fiziksel Risk Etmenli Sağlık Sorunlarının Mekanik Tasarımdaki İyileşme ile Sağlanması: Uygulama Örneği

Ali Kemal ÇAKIR¹

Bülent AKINCI²

GİRİŞ

Polat Maden San. ve Tic. A.Ş. firması, Yağcılar Köyü, Muğla-Aydın Karayolu Üzeri 32.Km, Çine/Aydın adresinde faaliyet göstermekte olup, tesiste kırma - eleme ve mikronize öğütme yapılmaktadır. Tesisin yıllık üretim kapasitesi açık ocaktan üretim, kırma-eleme tesis kapasitesi 360000 ton/yıl ve mikronize öğütme kapasitesi ise, 120000 ton/yıldır. Polat Maden Kuvars İşletme Tesisinin 1994 yılında işletmeye açılmasıyla, üretilen kuvars ürünlerinin çeşitli sanayi dallarında ham madde olarak kullanılması (Cam, kimya, çimento, inşaat vb.) ile ülkemiz sanayisine önemli derecede katkı sunmuştur. Şekil 1’de tesise ait görünüm gösterilmiştir.



Şekil 1. Polat Maden Tesis Görüntüsü

İşletmede bünyesinde kompoze taşların cevher zenginleştirme ve öğütme çalışmaları yapıldığından birçok makine ve ekipmanda kullanılmaktadır. Bu makine ve ekipmanların kullanımı beraberinde iş güvenlik ve sağlık sorunlarını da getirmektedir. Bu makinelerden bir tanesi de işletmemizde kullanılan ve farklı boyutlardaki taşları elimine etme ve ayırma da kullanılan eleklerdir. Bu çalışma, işletmede kullanılan çok katmanlı elek sisteminin çalışanlar üzerinde oluşturduğu fiziksel sağlık

¹ Dr. Öğr. Üyesi, Adnan Menderes Üniversitesi, Aydın Meslek Yüksekokulu, Makine ve Metal Teknolojileri Bölümü, E-mail: ali.kemal.cakir@adu.edu.tr

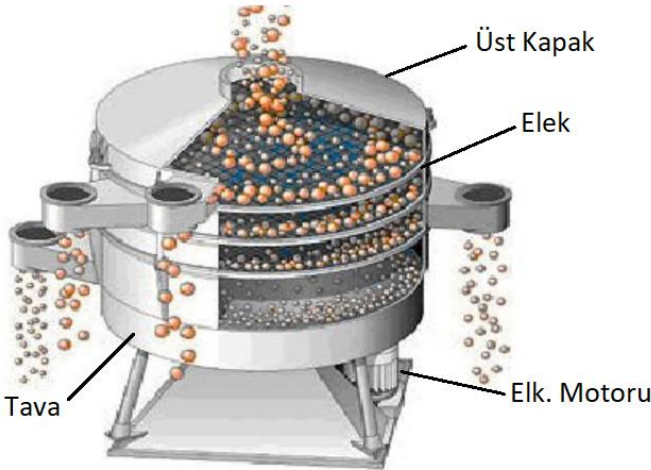
² Polat Holding Tesis İşletme Sorumlusu, E-mail:bulent.akinci@polatholding.com

sorunlarını minimize etmede araştırıp, uygulamasını yaptığımız örnek bir çalışmadır.

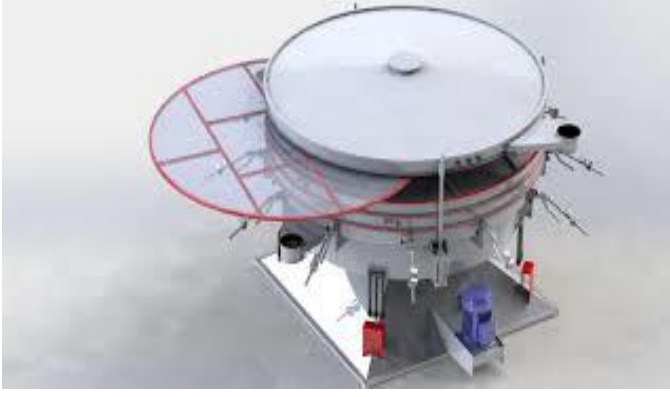
ELEK SİSTEMİNİN ÇALIŞMASI

Elek sistemlerinin tasarımları malzeme boyutunun istenilen seviyede elde edilmesinde büyük öneme sahiptir [1-4]. Salınlı eleme makinesinin hareketi genellikle “altın yıkama tavaasına” benzeyen basit manüel elemeyle kıyaslanır. Ürün sürekli olarak üst eleğin ortasına beslenir ve buradan eleme yüzeyinin tamamında eşit şekilde dışa yayılır. Bu yayılımı elek katmanları aracılığı ile yapmaktadır. Daha küçük parçacıklar elek merkezine yakın yere düşerler. Ayrılan tüm fraksiyonlar yan çıkışlardan tahliye edilir. Sistemin salınlı mekanizmasında ana şaft elektrik motoru ve V kayışlarla tahrik edilir. Özel bir kalem mekanizması yardımı ile elek yörüngesi bir beyaz kâğıda çizdirilir ve genlik ayarı yapılır. Bu sayede ürüne uygunluk ayarı yapılmış olur. Şekil 2’de mikronize bir elek sisteminin parçaları ve Şekil 3’te temsili elek montaj görüntüsü gösterilmiştir.

Piyasada elek katlarını kaldırmada az sayıda manuel kaldırma aparatı ile havalı kaldırma aparatları mevcuttur. Bunlar genellikle yurtdışı menşeli aparatlardır. Kaldırma aparatı, kaldırma milinin hemen altında olup, güvenlik ve bakım açısından dezavantaj oluşturmaktadır.

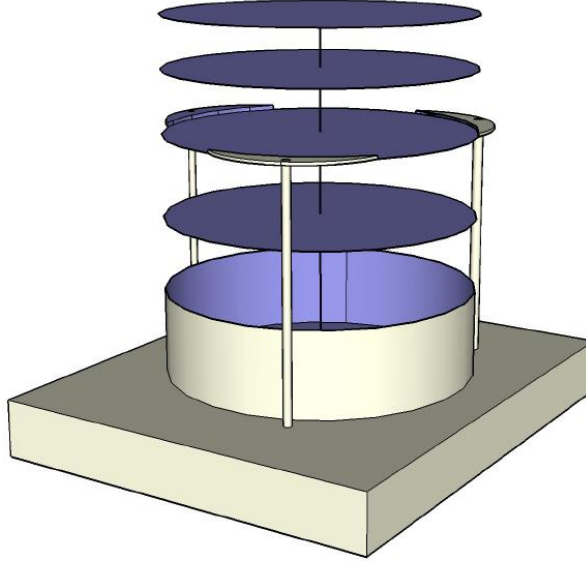


Şekil 2. Elek Gösterimi [5]



Şekil 3. Elek montaj gösterimi [6]

Elek yerleşimi katmanlı bir yapıda olduğundan montaj basamaklarının dikkatli ve doğru adımlanması gerekmektedir. Bu sebeple katmanlar arasındaki değişimde güvenlik tertibatlarının kullanılması gerekmektedir. Şekil 4’te elek sistemi katmanları görülebilir.



Şekil 4. Elek Yerleşim Düzeni

Eski Elek Değiştirme Sistemi

Tesiste kullanılan elekler 5 ve 6 katlı olup yukarıdan aşağıya 6 mikron, 5 mikron, 4 mikron, 3 mikron, 2 mikron ve 1 mikron şeklinde sıralanmış olup her elek arasında ara kat bulunmaktadır.

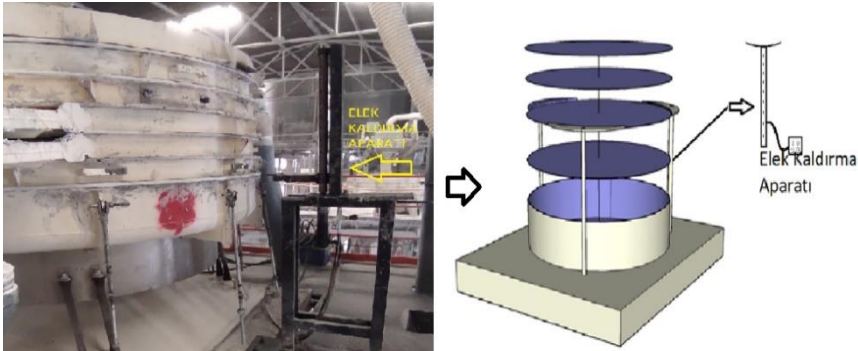
Eleklerden birinde hasar oluşması durumunda elek değişimi yapılmaktadır.

Elek değişimi nasıl olmaktadır?

6 katlı elekten 4. Eleğin (3 mikronluk elek) (yukarıdan aşağıya) hasar aldığını varsayalım. Öncelikle mekanik ekip (en az 4 kişi) gerekli malzemeleri alarak eleğin bulunduğu alana gelir. Eleğin dış kısmında eleklerin sabit durmasını sağlayacak uzunlamasına vida sistemleri bulunmaktadır bu sistemleri gevşeterek pimleri çıkarır. 4. Kattaki (3 mikronluk elek) eleğe ulaşabilmek için öncelikle üst kapağı çıkarır daha sonra 6 mikronluk eleği çıkarır devamında ara katı çıkarır sonrasında 5 mikronluk eleği çıkarır işlem bu şekilde 3 mikronluk eleğe ulaşınca kadar devam eder. 3 mikronluk eleğe ulaşıldığında hasar almış elek bulunduğu bölgeden çıkarılarak yerine yeni elek monte edilerek kapatma işlemi başlar. Yeni değiştirilen eleğin üzerine ara kat ara katın üzerine 4 mikronluk elek bu eleğin üzerine tekrar ara kat ve işlem üst kapak konularak devamında dış cephesinin pimleri takılarak biter. Bu süreçte anlatılan elekler ve ara katların taşınması işçiler tarafından manuel olarak kas gücü ile yapılmaktadır.

Mevcut (Yeni) Elek Değiştirme Sistemi

Uzun uğraş ve yoğun araştırmalardan sonra, 2018 senesinin ikinci yarısından itibaren yeni elek değiştirme sistemine geçilmiştir. Yeni elek sisteminin tasarımında, özellikle yerli imkân ve olanaklardan ve öz kaynaklardan yararlanılmıştır. Çok katlı elek sisteminde eleğin katmanlarını kaldırmada Şekil 5'te görülen elek kaldırma aparatı kullanılmaktadır. Elek kaldırma aparatı, hidrolik sistem esaslı olup, elek



Şekil 5.Elek Kaldırma Aparatı Gösterimi

katmanlarını kaldırmada kas gücüne dayanan sisteme olan gereksinimi azaltıp, iş güvenliği konusunda daha güvenli bir çalışma imkânı sunmuştur.

Dairesel elek etrafına 3 adet hidrolik lift yerleştirilmiştir. Yukarıda bahsettiğimiz örnekten devam edecek olursak;

4.Elekte bulunan hasar nedeniyle elek değişimi yapılacaktır. Bu sistemde mekanik bakım ekibinden yalnızca 2 kişinin gelmesi yeterli olacaktır. Elekleri kavrayacak şekilde uç yapısına sahip olan liftler sabit ya da hareketli olabilmektedir. Öncelikle mekanik ekip eleğin dış cephesinde bulunan pimleri sökerek işleme başlar. Pimler söküldükten sonra hasar almış olan elekten bir üstteki kata hidrolik yarım ay şeklinde uçları olan hidrolik liftler yanaştırılarak uygun yere takılır devamında hidrolik sistem istenilen yüksekliğe göre yukarı kaldırılır bu aşamada 4. Elek üzerindeki tüm katlar hidrolik sistem üzerinde yukarıya takribi 15-20 cm yüksekliğinde kaldırılmıştır. Mekanik ekip üzerinden katları alınmış olan hasarlı eleği alarak yerine yenisi takılır. Devamında hidrolik sistem yavaşça aşağıya indirilerek yeni takılmış olan eleğin üzerine diğer elekler ve ara katlar yerleştirilir. Üst kapak kapatılarak dış cephesinde bulunan pimler sabitlenir.

SONUÇLAR

Elek değiştirme işlemlerinde çalışanların kas gücüne ve montaj bilgisine dayalı bir yaklaşımın olması beraberinde sağlık sorunlarını da beraber getirmiştir. Çalışanların şikayetleri ve hasta kayıtları incelendiğinde sistemin çalışanlar üzerinde önemli bir sağlık sorunu oluşturduğu aşikardır. Tablo 1’de eski tip elek sistemi kullanımında, bu ekipmanlar ile çalışan personel kayıtları ve şikayetleri görülebilmektedir.

Tablo 1. Eski Tip Elek Sistemi Kaynaklı Çalışan Hasta Şikâyet ve Kayıtları [7]

S. No	Yıl	Çalışan Ad-Soyadı	Şikâyet	Bulgu/Tanı	İstirahat
1	2011	İ. C.	Belde ağrı	Lumbalji	-
2	2011	A. A.	Bacakta hissizlik	Lumbago siyatik ile	2 gün

Research in Natural and Engineering Sciences

3	2011	A. A.	Oturup kalkamama	Lumbago siyatik ile	-
4	2012	A. G.	Bel ağrısı-bacakta hissizlik	Lumbosakral Diskopati	-
5	2012	F. G.	Bel ağrısı	Lumbosakral Diskopati	-
6	2013	E. K.	Bel ağrısı	Lumbalji	2 gün
7	2013	Ç. G.	Bel ağrısı	Lumbalji	
8	2014	D. Y.	Bel ağrısı	Lumbalji	-
9	2014	S. Ş.	Bacakta uyuşma	Lumbago siyatik ile	-
10	2014	Ü. A.	Belde ağrı	Lumbalji	-
11	2014	M. A.	Oturup kalkamama	Lumbalji	5 gün
12	2014	B.Ç.	Belde ağrı-bacaklarda soğukluk	Lumbosakral diskopati	-
13	2014	H. Ö.	Bel ağrısı	Lumbalji	-
14	2014	G. D.	Bel ağrısı	Lumbalji	-
15	2015	S. S.	Oturup kalkamama	Lumbago siyatik ile	2 gün
16	2015	B. Y.	Bel ağrısı	Lumbalji	-
17	2015	Ö. Ö.	Bacakta uyuşma	Lumbosakral Diskopati	-
18	2015	K. K.	Bel ağrısı	Lumbalji	-
19	2015	M. U.	Bel ağrısı	Lumbalji	1 gün
20	2015	M.t A.	Belde ağrı	Lumbalji	-
21	2016	Ö. Ö.	Bacakta uyuşma	Lumbosakral Diskopati	-

22	2016	M. A.	Bel ağrısı	Lumbalji	-
23	2016	D. Y.	Oturup kalkamama	Lumbosakral Diskopati	2 gün
24	2016	M.A.	Bel ağrısı	Lumbalji	-
25	2016	K. Ç.	Bacakta hissizlik	Lumbago siyatik ile	5 gün
26	2016	Ç. G.	Bel ağrısı	Lumbalji	-
27	2017	M. A.	Belde ağrı	Lumbalji	2 gün
28	2017	S. T.	Bel ağrısı	Lumbalji	
29	2017	R. K.	Oturup kalkarken belde ağrı	Lumbalji	2 gün
30	2017	R. T.	Bel ağrısı- bacakta hissizlik	Lumbago siyatik ile	-
31	2017	O. A.	Belde ağrı	Lumbalji	1 gün
32	2017	H. A.	Oturup kalkarken bacaklarda ağrı	Lumbago siyatik ile	-
33	2018	R. T.	Bel ağrısı	Lumbago siyatik ile	-
34	2018	M. Y.	Belde ağrı	Lumbalji	-
35	2018	Y. A.	Bel ağrısı	Lumbalji	2 gün

Tablo 1 incelendiğinde çalışma kaynaklı şikâyeti olan 35 çalışan araştırıldığında, eski tip sistemde özellikle kas gücüne ve eğilip kalkmaya meyilli bir çalışma olması kaynaklı “Bel Ağrısı” şüpheli tanılarının sayılarındaki artış dikkati çekmektedir. Söz konusu hastalık ve şikayetleri üzerine, eski tip elek sistemi çalışma prensibinin terk edilerek, yerine daha modern ve riski düşük sistemlerin tercih edilmesi gerektiği fikrine odaklanılmıştır. Yapılan araştırma ve incelemelerden yurt dışında uygulamaları buluna (Almanya, A.B.D. gibi gelişmiş ülkeler) hidrolik veya havalı elek kaldırma aparatları üzerine yoğunlaşmıştır. Yapılan

alışmalar nezdinde yeni bir kaldırma düzeneği ve aparat tasarımı ile mevcut yeni sisteme geçilmiştir.

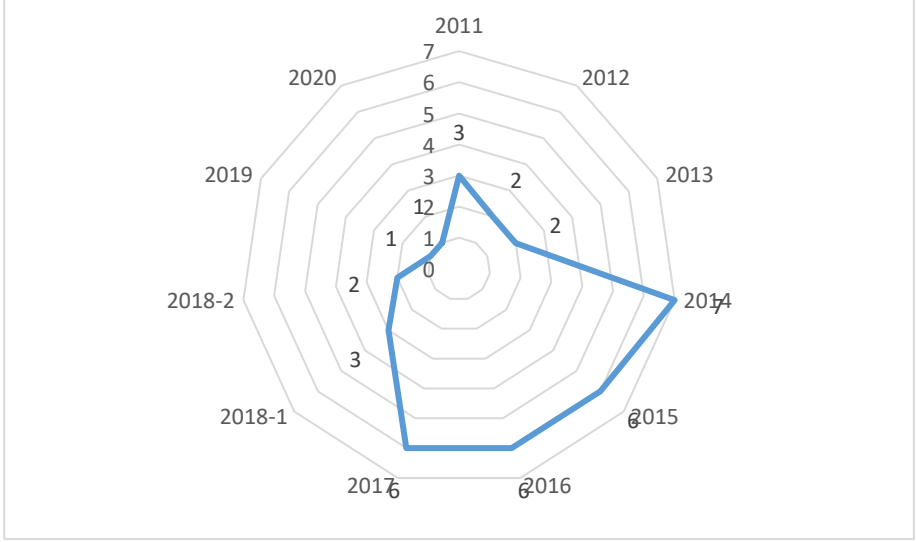
Bölüm 2.2.'de (Yeni Elek Sistemi) bahsedilen yeni tip elek sitemi ile çalışanların performansının araştırılması ve geri bildirimlerin de alınması neticesinde, Tablo 2'de gösterilen çalışan hasta kayıt ve şikayetleri elde edilmiştir.

Tablo 2. Yeni Tip Elek Sistemi Kaynaklı alışan Hasta Şikâyet ve Kayıtları [7]

S. No	Yıl	alışan Ad-Soyadı	Şikâyet	Bulgu/Tanı	İstirahat
1	2018	E. K.	Oturup kalkamama	Lubosakral Diskopati	-
2	2018	M. K.	Bel ağrısı- bacaklarda soğukluk	Lumbago siyatik ile	-
3	2019	Ü. A.	Belde ağrı	Lumbalji	-
4	2020	F. G.	Belde ağrı	Lumbalji	-

DEĞERLENDİRME ve ÖNERİLER

Tablo 1 ve Tablo 2 incelendiğinde mevcut çalışma sisteminin çalışan şikayetlerini ve hasta kayıtlarını azalttığı görülmüştür. İş kazalarındaki bu durum yıllara dayalı bir istatistiki bilgi oluşturmuştur. 2011-2021 arasındaki iş kazalarının istatistiksel gösterimi Şekil 6’da verilmiştir.



Şekil 6. İş Kazası İstatistikleri Gösterimi

Şekil 6 incelendiğinde, iş kazalarının özellikle 2014, 2015, 2016 ve 2017 yıllarında yoğunlaştığı, 2018’in 2. yarısından itibaren ise belirgin bir düşüş olduğu gözlemlenmiştir.

Bu çalışmada 2011-2021 yılları arasında 39 çalışan, lumbalji, lumbago siyatik ile, lumbosakral diskopati tanısı almıştır. Bu çalışanlardan 35 kişi eski eleklerin kullanıldığı 2011-2018 (6. aya kadar) tanı almış iken 4 çalışan 2018 (7. aydan)-2021 başına kadar tanı almıştır

2011-2018(6. aya kadar) bu teşhisleri alan 35 çalışan 26 iş günü istirahat raporu alırken 2018(7.ay)-2021 arası tanı alan 4 kişi istirahat raporu almamıştır. İlk 35 çalışanda bu hastalıkların çıkmasında aşağıdaki hususlar dikkate alınmıştır. Bunlar;

Research in Natural and Engineering Sciences

- Elle yapılan işler ve özellikle ağır ve rahatsızlık veren yüklerin kaldırılması,
- Aşırı güç gerektiren yükleri itmek, çekmek veya sürüklemek,
- Germe, döndürme ve uzanma,
- Sıcaklık ya da nem açısından olumsuz koşullarda çalışma,
- Normal beceri ve sınırları aşılarak ve fazlasıyla yorgunken çalışmak,
- Asimetrik çalışmak(eğilme-bükülme),
- Mekân yetersizliği,
- Vibrasyon: titreşimli elek gibi titreşim yayan aparatlardan ayaktan vücuda geçen titreşim. (Bu titreşim frekansı vücut parçasının rezonans frekansı ile eşleşirse titreşim etkisi 4 kata kadar artabilir.)

Yukarıdaki söz konusu durumun belirtileri ise aşağıda sunulmuştur. Bunlar;

- Uzun süreli ağrı,
- Günlük faaliyetleri yürütme becerisinin azalması,
- Malulen emeklilik,
- Kişisel yakınmalarda günlük ya da sık olarak ağrı kesici ve kas gevşeticilerinin kullanılması.

Belirti ve şikayetlerde göz önüne alındığında bu vb. çalışma yapan kurum ve kuruluşlarda, insan gücünün azaltılarak, hidrolik ve/veya pnömatik esaslı kaldırma ekipmanlardan destek alınarak, işin daha emniyetli ve sağlıklı yapılması tavsiye edilir. Çalışmamızda, bu durumu sağlayarak, aynı işin daha emniyetli ve sağlıklı yapılmasını sağlamış olduk. Teknoloji ilerledikçe gelişen yeni sistem ve uygulamalarında takip edilerek, işletmemize, dolayısıyla da çalışanlarımızın sağlık ve güvenliğine doğrudan etki etmesi arzusu içindeyiz.

REFERANSLAR

1. Azhar, A., D. Kamaruzzaman, and M. Y. Khairul Azuan. "Mechanical Sieve Grading of Silica Sand from Tin Mining for Metal Casting Mould." *Advancement in Emerging Technologies and Engineering Applications*. Springer, Singapore, 2020. 143-155.
2. Popolov, Dmitry, et al. "Studying of movement kinematics of dynamically active sieve." *Mechanics and Mechanical Engineering* 23.1 (2019): 94-97.
3. Ulusoy, U., et al. "Review on the Applications of Apparent Mean Shape Factor on the Integration of Coarse and Fine PSDs Measured by Different Techniques: Quartz Example." (2019).
4. Ulusoy, U. Ğ. U. R.; Yekeler, Meftuni; Hiçyilmaz, C. Determination of the shape, morphological and wettability properties of quartz and their correlations. *Minerals Engineering*, 2003, 16.10: 951-964.
5. Alger Elekler, <http://katmanmakina.com/urunler/elekler.aspx> (Son Eriřim Tarihi: 24.12.2020).
6. Elek Sistemleri, <http://egeaymakina.com/urun/alger-elek/> (Son Eriřim Tarihi: 05.01.2021)
7. Polat Maden İSG Birimi, İř Sağlığı Bölümü Sağlık Kayıt Arřivi, (2011-2021).

GEOMETRİK ANALİZDE HERMİTE DİFERANSİYEL DENKLEMİ VE HERMİTE POLİNOMLARI

Numan YALÇIN¹

GİRİŞ

Rönesans döneminde bilimsel devrime büyük bir katkıda bulunan Galileo Galilei ve birçok bilim insanı klasik (Newtonian) analiz dışında farklı bir analiz olan Newtonyen olmayan (Non-Newtonian) analizi tanımlamışlardır. Klasik analizdeki bütün kavramların Non-Newtonian analizde bir karşılığı vardır. Dolayısıyla bu iki analiz birbiriyle uyumlu analizlerdir. 1967-1972 yıllarında Michael Grossman ve Robert Katz geometrik, bigeometrik, anageometrik, harmonik, biharmonik, quadratik ve biquadratik olmak üzere yeni analizler tanımlamışlardır. Bu yeni analizler Newton ve Leibniz' in klasik analizinden farklı olduğu için bu analizlerin hepsine birden Non-Newtonian analiz denilmiştir. Non-Newtonian analizler içinde klasik analize alternatif olarak gösterilen analiz geometrik analizdir. Klasik analizde temel toplama ve çıkarma işlemleri geometrik analizde çarpma ve bölme işlemlerine mukabil geldiği için Dick Stanley geometrik analizi çarpımsal analiz (multiplicative calculus) olarak adlandırmıştır. Klasik analizde ki her özellik belirli kurallar çerçevesinde çarpımsal analizde de tanımlanabilir.

Çarpımsal analizin incelenmesinde birçok neden vardır. Doğadaki bir çok olay katlanarak değişiklik gösterir. Örneğin bir popülasyondaki nüfus artışı veya bir depremin şiddeti yada bir bankanın müşterilerine uyguladığı faiz oranları hepsi katlanarak değişen olaylardır. Bu nedenle, klasik analiz yerine çarpımsal analiz kullanmak, bu tür olayların fiziksel olarak daha iyi değerlendirilmesini sağlar. Çarpımsal analiz aynı zamanda görüntü işleme ve yapay zeka dahil bilgisayar bilimi, finans, ekonomi, biyoloji ve

¹ Dr. Öğr Üyesi, Gümüşhane Üniversitesi Gümüşhane Meslek Yüksekokulu Elektronik ve Otomasyon Bölümü, numan@gumushane.edu.tr

demografi gibi birçok alanda normalden daha iyi sonuçlar verir. Son yıllarda çarpımsal analiz konusunda birçok araştırmacı çeşitli çalışmalar yapmış ve etkili sonuçlar almıştır.

Bu çalışmada klasik analizden bilinen ve özel denklemlerden biri olan Hermite diferansiyel denkleminin çarpımsal analizdeki karşılığı verilecektir. Hermite denkleminin günlük hayatta birçok uygulaması vardır. Biz sadece matematiksel anlamda çözüm ve kullanım yöntemlerine odaklanacağız. Bu denklemlerin çözümünde açık çözümler bulunamaz. Genellikle sayısal çözüm veya seri çözümler bulmak daha kolaydır. Burada verilecek olan diğer bir konu ise çarpımsal Hermite polinomları ve özellikleridir. Hermite polinomları fiziksel problemler için oldukça önemlidir. Örneğin, atom çekirdeğinin bağ enerjisi, integraller üzerinde Hermite polinomlarını içeren Eden-Goldstone integral denklemi kullanılarak hesaplanır. Bu taktirde, klasik analizde önemli bir yere sahip olan Hermite diferansiyel denklemi ve çözümleri ayrıca Hermite polinomları ve özellikleri çarpımsal analizde de ele alınacaktır. Bunun için öncelikli olarak çarpımsal (geometrik) analizin temel tanım ve teoremlerini aşağıda verelim.

1. GEOMETRİK ANALİZDE BAZI TEMEL TANIM VE TEOREMLER

Bu başlık altında geometrik (çarpımsal) analizde kullanılacak bazı tanım ve teoremler verilecektir.

Tanım 1.1: Üstel reel, üstel tam ve üstel doğal sayılar kümesi sırasıyla aşağıdaki şekilde tanımlanır (Türkmen ve Başar, 2012; Çakmak ve Başar, 2012)

$$\bullet \mathbb{R}_{exp} = \{e^a | a \in \mathbb{R}\}, \quad (1)$$

$$\bullet \mathbb{Z}_{exp} = \{e^a | a \in \mathbb{Z}\} = \{\dots, e^{-2}, e^{-1}, e^0, e^1, e^2, \dots\}, \quad (2)$$

$$\bullet \mathbb{N}_{exp} = \{e^a | a \in \mathbb{N}\} = \{e^0, e^1, e^2, \dots\}. \quad (3)$$

Tanım 1.2: $a, b \in \mathbb{R}_{exp}$ olmak üzere üstel aritmetik işlemler aşağıdaki gibi tanımlanır (Çakmak ve Başar 2012).

- Üstel toplama: $a \oplus b = e^{[\ln a + \ln b]} = e^{\ln[a \cdot b]} = a \cdot b$ (4)

- Üstel çıkarma: $a \ominus b = e^{[\ln a - \ln b]} = e^{\ln\left[\frac{a}{b}\right]} = \frac{a}{b}$ (5)

- Üstel çarpma: $a \odot b = e^{[\ln a \cdot \ln b]} = a^{\ln b} = b^{\ln a}$ (6)

- Üstel bölme: $a \oslash b = e^{[\ln a \div \ln b]} = a^{\frac{1}{\ln b}}$ (7)

Tanım 1.3: $U \subseteq \mathbb{R}$ olmak üzere $g: U \rightarrow \mathbb{R}_{exp}$ fonksiyonu verilsin. $I \subseteq U$, g fonksiyonunun tanım kümesinin içinde bir açık aralık ve $x \in I$ bu aralıkta bir nokta olsun. Eğer $\lim_{h \rightarrow 0} \left[\frac{g(x+h)}{g(x)} \right]^{\frac{1}{h}}$ limiti varsa

$$g^*(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \left[\frac{g(x+h)}{g(x)} \right]^{\frac{1}{h}} \quad (8)$$

limit değerine g fonksiyonunun x 'deki çarpımsal türevi denir.

Teorem 1.1: Pozitif bir g fonksiyonu herhangi bir x noktasında klasik anlamda türevlenebilir ise, çarpımsal türevlenebilirdir ve çarpımsal türevi

$$g^*(x) = e^{\frac{d}{dx}[(\ln \circ g)(x)]} = e^{\left[\frac{g'(x)}{g(x)} \right]} \quad (9)$$

şeklinde yazılır (Stanley, 1999).

Tanım 1.4: $U \subseteq \mathbb{R}$ olmak üzere $g: U \rightarrow \mathbb{R}_{exp}$ fonksiyonu verilsin. n kez tekrarlanan türev alma işlemi ile pozitif bir g fonksiyonunun $x \in U$ noktasında n . mertebeden çarpımsal türevi var ise bu türev,

$$g^{*(n)}(x) = e^{(\ln \circ g)^{(n)}(x)} \quad (10)$$

şeklinde tanımlanır (Bashirov vd. 2008).

Teorem 1.2: f fonksiyonu çarpımsal türevlenebilir, g fonksiyonu da klasik türevlenebilir olsun. Bu taktirde,

$$h(x) = (f \circ g)(x),$$

bileşke fonksiyonunun çarpımsal türevi

$$h^*(x) = [f^*(g(x))]^{g'(x)} \quad (11)$$

şeklinde tanımlanır (Bashirov vd, 2008).

Teorem 1.3: f ve h çarpımsal türevlenebilir iki fonksiyon ve $k > 0$ bir sabit olsun. Bu durumda, $(k \cdot f)$, $(f \cdot h)$, $(f + h)$, $\left(\frac{f}{h}\right)$, (f^h) fonksiyonları da çarpımsal türevlenebilir ve bu fonksiyonların çarpımsal türevleri aşağıdaki gibi hesaplanır (Bashirov vd. 2008).

$$\text{i) } (k \cdot f)^*(x) = f^*(x), \quad (12)$$

$$\text{ii) } (f \cdot h)^*(x) = f^*(x) \cdot h^*(x), \quad (13)$$

$$\text{iii) } (f + h)^*(x) = f^*(x)^{\frac{f(x)}{f(x)+h(x)}} \cdot h^*(x)^{\frac{h(x)}{f(x)+h(x)}}, \quad (14)$$

$$\text{iv) } \left(\frac{f}{h}\right)^*(x) = \frac{f^*(x)}{h^*(x)}, \quad (15)$$

$$\text{v) } (f^h)^*(x) = f^*(x)^{h(x)} \cdot f(x)^{h'(x)}. \quad (16)$$

İspat:

i) g çarpımsal türevlenebilir bir fonksiyon ve $k > 0$ bir sabit olmak üzere $(k \cdot f)^*(x)$ fonksiyonunu ele alalım. (9) eşitliği yardımıyla,

$$\begin{aligned}(k \cdot f)^*(x) &= e^{[\ln \circ (k \cdot f)]'(x)} \\(k \cdot f)^*(x) &= e^{(\ln \circ k + \ln \circ f)'(x)} \\(k \cdot f)^*(x) &= e^{(\ln k)'} \cdot e^{(\ln \circ f)'(x)} \\(k \cdot f)^*(x) &= e^0 \cdot e^{(\ln \circ f)'(x)} \\(k \cdot f)^*(x) &= f^*(x) \\\text{biçiminde bulunur.}\end{aligned}$$

ii) f ve h çarpımsal türevlenebilir iki fonksiyon olsun. (9) eşitliği yardımıyla,

$$\begin{aligned}(f \cdot h)^*(x) &= e^{[\ln \circ (f \cdot h)]'(x)} \\(f \cdot h)^*(x) &= e^{(\ln \circ f + \ln \circ h)'(x)} \\(f \cdot h)^*(x) &= e^{(\ln \circ f)'(x) + (\ln \circ h)'(x)} \\(f \cdot h)^*(x) &= e^{(\ln \circ f)'(x)} \cdot e^{(\ln \circ h)'(x)} \\(f \cdot h)^*(x) &= f^*(x) \cdot h^*(x) \\\text{şeklinde elde edilir.}\end{aligned}$$

iii) g ve h çarpımsal türevlenebilir iki fonksiyon olsun. $(f + h)^*(x)$ fonksiyonu (9) eşitliği kullanılarak

$$\begin{aligned}(f + h)^*(x) &= e^{[\ln \circ (f + h)]'(x)} \\&= e^{\frac{(f+h)'(x)}{(f+h)(x)}} \\&= e^{\frac{f'(x) + h'(x)}{f(x) + h(x)}} \\(f + h)^*(x) &= e^{\frac{f'(x)}{f(x) + h(x)}} \cdot e^{\frac{h'(x)}{f(x) + h(x)}}\end{aligned}$$

şeklinde yazılır. Son eşitliğin sağ tarafındaki ilk ifadenin üssü $f(x)$ ile çarpılır, $f(x)$ 'e bölünür; ikinci ifadenin üssü ise $h(x)$ ile çarpılır, $h(x)$ 'e bölünürse,

$$\begin{aligned}(f + h)^*(x) &= e^{\left[\frac{f'(x)}{f(x) + h(x)}\right] \frac{f(x)}{f(x)}} \cdot e^{\left[\frac{h'(x)}{f(x) + h(x)}\right] \frac{h(x)}{h(x)}} \\&= e^{\left[\frac{f'(x)}{(f(x) + h(x)) \cdot f(x)}\right] \cdot f(x)} \cdot e^{\left[\frac{h'(x)}{(f(x) + h(x)) \cdot h(x)}\right] \cdot h(x)}\end{aligned}$$

$$(f + h)^*(x) = f^*(x) \frac{f(x)}{f(x)+h(x)} \cdot h^*(x) \frac{h(x)}{f(x)+h(x)}$$

sonucu bulunur.

iv) f ve h çarpımsal türevlenebilir iki fonksiyon olmak üzere

$\left(\frac{f}{h}\right)^*(x)$ ifadesi (9) eşitliği yardımıyla,

$$\begin{aligned} \left(\frac{f}{h}\right)^*(x) &= e^{[\ln \circ \left(\frac{f}{h}\right)]'(x)} \\ &= e^{(\ln \circ f)'(x) - (\ln \circ h)'(x)} \\ &= \frac{e^{(\ln \circ f)'(x)}}{e^{(\ln \circ h)'(x)}} \\ \left(\frac{f}{h}\right)^*(x) &= \frac{f^*(x)}{h^*(x)} \end{aligned}$$

bulunur.

v) f ve h çarpımsal türevlenebilir iki fonksiyon olsun. $(f^h)^*(x)$ ifadesi (9) eşitliği ile

$$\begin{aligned} (f^h)^*(x) &= e^{[\ln \circ (f^h)]'(x)} \\ &= e^{[(h \cdot \ln \circ f)'(x)]} \\ &= e^{[h'(x) \cdot (\ln \circ f)(x) + h(x) \cdot (\ln \circ f)'(x)]} \\ &= e^{h(x) \cdot (\ln \circ f)'(x)} \cdot e^{h'(x) \cdot (\ln \circ f)(x)} \\ (f^h)^*(x) &= f^*(x)^{h(x)} \cdot f(x)^{h'(x)} \end{aligned}$$

biçiminde olur.

Tanım 1.5: Şayet f fonksiyonu $[u, v]$ aralığında pozitif ve sürekli ise (u, v) aralığında çarpımsal integrallenebilir ve çarpımsal integrali aşağıdaki gibi tanımlanır (Bashirov vd. 2008).

$$* \int_u^v f(x) dx = e^{\int_u^v (\ln \circ f)(x) dx} \quad (17)$$

Teorem 1.4: f ve h fonksiyonları $[u, v]$ aralığında çarpımsal integrallenebilir, (u, v) açık aralığında pozitif ve sürekli olsun.

Böylece $k \in \mathbb{R}$ ve $u \leq w \leq v$ olmak üzere $f^k, f \cdot h, \frac{f}{h}$ fonksiyonların

çarpımsal integralleri aşağıdaki şekilde tanımlanır (Bashirov vd. 2008).

$$\bullet \quad * \int_u^v [f(x)^k]^{dx} = \left[* \int_u^v f(x)^{dx} \right]^k \quad (18)$$

$$\bullet \quad * \int_u^v [f(x) \cdot h(x)]^{dx} = \left[* \int_u^v f(x)^{dx} \right] \cdot \left[* \int_u^v h(x)^{dx} \right] \quad (19)$$

$$\bullet \quad * \int_u^v \left[\frac{f(x)}{h(x)} \right]^{dx} = \frac{\left[* \int_u^v f(x)^{dx} \right]}{\left[* \int_u^v h(x)^{dx} \right]} \quad (20)$$

$$\bullet \quad * \int_u^v f(x)^{dx} = \left[* \int_u^w f(x)^{dx} \right] \cdot \left[* \int_w^v f(x)^{dx} \right] \quad (21)$$

2. ÇARPIMSAL DİFERANSİYEL DENKLEMLERİN ADİ NOKTA CİVARINDA ÇÖZÜMÜ

Tanım 2.1: y fonksiyonu bir x_0 noktasının komşuluğunda sonsuz çarpımsal türevlenebilir bir fonksiyon olsun. Bu durumda y aşağıdaki gibi, çarpımsal kuvvet serisi açılımına sahiptir,

$$y(x) = \prod_{i=0}^{\infty} (a_i)^{(x-x_0)^i}, \quad (a_i \in \mathbb{R}_{exp}).$$

Tanım 2.2: n .mertebeden bir çarpımsal homojen lineer diferansiyel denklem aşağıdaki şekilde verilir (Yalçın ve Çelik, 2018).

$$[y^{*(n)}] \cdot [y^{*(n-1)}]^{b_{n-1}(x)} \cdot \dots [y^{**}]^{b_2(x)} \cdot [y^*]^{b_1(x)} \cdot y^{b_0(x)} = 1 \quad (22)$$

Burada $y^{*(n)} = e^{(\ln \circ y)^{(n)}(x)}$ şeklinde olup $b_{n-1}(x), \dots, b_1(x), b_0(x)$ fonksiyonları x ' e bağlıdır.

Tanım 2.3: $y(x)$, $[u, v]$ aralığında tanımlı reel değerli bir fonksiyon ve $x_0 \in [u, v]$ olsun. Bu durumda $U(x_0)$, x_0 ' ın bir komşuluğu olmak üzere her $x \in U(x_0)$ için $y(x)$,

$$y(x) = \prod_{i=0}^{\infty} (a_i)^{(x-x_0)^i}, \quad (a_i \in \mathbb{R}_{exp})$$

çarpımsal kuvvet serisi biçiminde yazılabiliyor ise $y(x)$ fonksiyonuna x_0 noktasında çarpımsal analitiktir denir. Burada $\delta > 0$ için bu çarpımsal seri, $|x - x_0| < \delta$ ise tüm x değerleri için yakınsak; $|x - x_0| > \delta$ ise tüm x değerleri için ıraksaktır denir. δ ifadesine çarpımsal serinin yakınsaklık yarıçapı denir (Yalçın, 2021).

Tanım 2.4: $x_0 \in [u, v]$ ve $k = 0, 1, 2, \dots, (i - 1)$ için $b_k(x)$ fonksiyonları $x_0 \in [u, v]$ noktasında çarpımsal analitik olsun. Bu durumda $x_0 \in [u, v]$ noktasına (22) denkleminin bir çarpımsal adi noktası denir. Eğer x_0 , bir çarpımsal adi nokta değilse, bu x_0 noktasına çarpımsal singüler nokta denir (Yalçın, 2021).

Örnek:

$$\begin{aligned} y^* \cdot y^{-x} &= 1 \\ y^* \cdot y^{-3x} &= 1 \end{aligned}$$

Çarpımsal homojen diferansiyel denklemleri için herhangi bir $x = x_0$ noktası çarpımsal adi noktadır.

Teorem 2.1: $x_0 \in [u, v]$ noktası

$$y^{**} \cdot (y^*)^{A(x)} \cdot y^{B(x)} = 1 \quad (23)$$

denkleminin bir çarpımsal adi noktası olsun. Bu taktirde, $y(x_0) = a_0$, $y^*(x_0) = a_1$ başlangıç şartları ile verilen (23) denkleminin $x \in (x_0, x_0 + \rho)$ için aşağıdaki gibi bir çözümü vardır.

$$y = \prod_{i=0}^{\infty} (a_i)^{(x-x_0)^i} \quad (24)$$

Burada $\rho = \min\{\delta_1, \delta_2\}$ ve x_0 , (23) denkleminin bir çarpımsal adi noktası olduğundan Tanım 2.3 ve Tanım 2.4' ten dolayı

$$A(x) = \sum_{i=0}^{\infty} A_i (x - x_0)^i, \quad (x \in [x_0, x_0 + \delta_1]; \delta_1 > 0)$$

$$B(x) = \sum_{i=0}^{\infty} B_i(x - x_0)^i, \quad (x \in [x_0, x_0 + \delta_2]; \delta_2 > 0)$$

biçiminde yazılır (Yalçın, 2021).

İspat. x_0 , (23) denkleminin bir çarpımsal adi noktası olduğundan hipotez gereği aşağıdaki ifadeleri yazabiliriz

$$A(x) = \sum_{i=0}^{\infty} A_i(x - x_0)^i, \quad (x \in [x_0, x_0 + \delta_1]; \delta_1 > 0) \quad (25)$$

$$B(x) = \sum_{i=0}^{\infty} B_i(x - x_0)^i, \quad (x \in [x_0, x_0 + \delta_2]; \delta_2 > 0) \quad (26)$$

Burada (23) denkleminin (24) şeklinde çözümünü bulmalıyız. Şayet (24) ve (24) serisinin çarpımsal türevleri (23) denkleminde yerine yazılırsa.

$$\begin{aligned} & \sum_{i=0}^{\infty} \ln(a_{i+2}) (i+2)(i+1)(x - x_0)^i \\ & + \left(\sum_{i=0}^{\infty} A_i(x - x_0)^i \right) \left(\sum_{i=0}^{\infty} \ln(a_{i+1}) (i+1)(x - x_0)^i \right) \\ & + \left(\sum_{i=0}^{\infty} B_i(x - x_0)^i \right) \sum_{i=0}^{\infty} \ln(a_i) (x - x_0)^i = 0 \end{aligned} \quad (27)$$

elde edilir. Burada $x \in (x_0, x_0 + \rho)$ ile $\rho = \min\{\delta_1, \delta_2\}$ için aşağıdaki eşitlikleri yazabiliriz.

$$\begin{aligned} & \left(\sum_{i=0}^{\infty} A_i(x - x_0)^i \right) \left(\sum_{i=0}^{\infty} \ln(a_{i+1}) (i+1)(x - x_0)^i \right) \\ & = \sum_{i=0}^{\infty} \left(\sum_{j=0}^i (j+1) A_{i-j} \ln(a_{j+1}) \right) (x - x_0)^{i+1} \end{aligned}$$

(28)

ve

$$\begin{aligned} & \left(\sum_{i=0}^{\infty} B_i (x - x_0)^i \right) \left(\sum_{i=0}^{\infty} \ln(a_i) (x - x_0)^i \right) \\ &= \sum_{i=0}^{\infty} \left(\sum_{j=0}^i B_{i-j} \ln(a_j) \right) (x - x_0)^i \end{aligned} \quad (29)$$

Buradan, (28) ve (29) ifadeleri (27) denkleminde yerlerine yazılırsa

$$\begin{aligned} & \sum_{i=0}^{\infty} \left[\ln(a_{i+2}) (i+2)(i+1) + \sum_{j=0}^i (j+1)_{A_{i-j}} \ln(a_{j+1}) \right. \\ & \quad \left. + \sum_{j=0}^i B_{i-j} \ln(a_j) \right] \cdot (x - x_0)^i = 0 \end{aligned}$$

olur. Böylece a_i katsayıları aşağıdaki rekürsif bağıntıyı sağlamalıdır.

$$(i+2)(i+1) \ln(a_{i+2}) = - \sum_{j=0}^i [(j+1)_{A_{i-j}} \ln(a_{j+1}) + B_{i-j} \ln(a_j)] \quad (30)$$

Eğer a_i katsayıları (30) tarafından tanımlanırsa, $i \geq 2$ için

$$y = \prod_{i=0}^{\infty} (a_i)^{(x-x_0)^i}$$

Çarpımsal serisinin $|(x - x_0)| < \rho$ için yakınsak olduğu gösterilmelidir.

$0 < r < \rho$ olacak şekilde bir r sabiti ele alalım. (25) ve (26) serileri $|(x - x_0)| \leq r$ için yakınsak olduğundan öyle bir $M > 0$ sayısı vardır ki,

$$|A_{i-j}| \leq \frac{Mr^j}{r^i}, \quad (i \in U_0; 0 \leq j \leq i) \quad (31)$$

ve

$$|B_{i-j}| \leq \frac{Mr^j}{r^i}, \quad (i \in U_0; 0 \leq j \leq i) \quad (32)$$

eşitsizlikleri yazılabilir. (30) eşitliğinde (31) ve (32) kullanılırsa

$$\begin{aligned} (i+2)(i+1) \ln(a_{i+2}) &\leq \frac{M}{r^i} \sum_{j=0}^i [(j+1)|\ln(a_{j+1})| + |\ln(a_j)|] r^j \\ &\leq \frac{M}{r^i} \sum_{j=0}^i [(j+1)|\ln(a_{j+1})| + |\ln(a_j)|] r^j + M|\ln(a_{i+1})| \cdot r \end{aligned} \quad (33)$$

elde edilir. Şimdi,

$$|\ln(a_0)| = A_0, \quad |\ln(a_1)| = A_1$$

biçiminde A_0 ve A_1 tanımlayalım. Ayrıca $i \geq 2$ için A_i katsayıları tarafından

$$(i+2)(i+1)A_{i+2} = \frac{M}{r^i} \sum_{j=0}^i [(j+1)A_{i+1} + A_i] r^j + MA_{i+1} \cdot r \quad (34)$$

tanımlansın. Bu takdirde,

$$|a_i| \leq A_i, \quad A_i \geq 0, \quad (i = 0, 1, 2, \dots)$$

olduğu görülür. Şimdi, x ' in hangi değerleri için

$$\prod_{i=0}^{\infty} e^{A_i(x-x_0)^i} \quad (35)$$

serisi yakınsak olur bunu araştıralım. Bunu için (35) çarpımsal serisi

$$\prod_{i=0}^{\infty} e^{A_i(x-x_0)^i} = e^{\sum_{i=0}^{\infty} A_i(x-x_0)^i}$$

eşit olduğundan $\sum_{i=0}^{\infty} A_i(x-x_0)^i$ serisinin yakınsaklık aralığı (35)

deki çarpımsal serinin yakınsaklık aralığı ile aynıdır. (34) denklemi kullanılırsa

$$(i)(i+1)A_{i+1} = \frac{M}{r^{(i-1)}} \sum_{j=0}^{i-1} [(j+1)A_{i+1} + A_i] r^j + MA_i \cdot r \quad (36)$$

$$(i)(i-1)A_i = \frac{M}{r^{(i-2)}} \sum_{j=0}^{i-2} [(j+1)A_{i+1} + A_i] r^j + MA_{i-1} \cdot r \quad (37)$$

sonuçları elde edilir. Böylece (36) ve (37) eşitliklerinden

$$r \cdot (i)(i+1)A_{i+1} = (i)(i-1)A_i + MirA_i + MA_i r^2$$

olduğu görülür. Bu taktirde

$$\frac{A_{i+1}}{A_i} = \frac{(i)(i-1) + Mir + Mr^2}{r(i)(i+1)}$$

olur. Oran testi yardımıyla

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \left| \frac{A_{i+1}(x-x_0)^{(i+1)}}{A_i(x-x_0)^i} \right| = \left(\frac{|x-x_0|}{r} \right) < 1$$

sonucuna varılır. Böylece (36) serisi $|x-x_0| < r$ için yakınsaktır. Bu ifade (35) çarpımsal serisinde $|x-x_0| < r$ için yakınsak olduğunu açıklar. r , $0 < r < \rho$ aralığında bir sayı olduğundan (35) çarpımsal serisi $|x-x_0| < \rho$ için yakınsaktır. Böylece ispat tamamlanmıştır.

Örnek: $y^{**} \cdot (y^*)^{-x} \cdot y^{-1} = 1$ (38)

çarpımsal diferansiyel denklemin genel çözümünü bulunuz.

Çözüm. $x_0 = 1$ noktası (38) denkleminin bir çarpımsal adi noktası olduğundan (35) biçiminde bir çözüm aramalıyız. Buna göre (35) ifadesinin birinci ve ikinci mertebeden çarpımsal türevleri (38) denkleminde yerine yazılırsa

$$a_2 = a_0^{1/2}$$

ve

$$a_{i+2} = a_i^{1/i+2}, \quad i = 1, 2, \dots$$

elde edilir. Yukarıdaki rekürsif bağıntılardan diğer katsayılar aşağıdaki gibi bulunur.

$$\begin{aligned} a_2 &= a_0^{1/2} & a_3 &= a_1^{1/3} \\ a_4 &= a_0^{1/2 \cdot 4} & a_5 &= a_1^{1/3 \cdot 5} \\ a_6 &= a_0^{1/2 \cdot 4 \cdot 6} & a_7 &= a_1^{1/3 \cdot 5 \cdot 7} \\ \vdots & & \vdots & \\ a_{2i} &= a_0^{1/2^i \cdot i!} & a_{2i+1} &= a_1^{2^i \cdot i! / (2i+1)!} \end{aligned}$$

Böylece (38) denkleminin genel çözümü

$$\begin{aligned} y(x) &= \prod_{i=0}^{\infty} \left(a_0^{\frac{1}{2^i \cdot i!}} \right)^{x^{2i}} \cdot \prod_{i=0}^{\infty} \left(a_1^{\frac{2^i \cdot i!}{(2i+1)!}} \right)^{x^{2i+1}} \\ y(x) &= \prod_{i=0}^{\infty} \left[\left(a_0^{\frac{1}{2^i \cdot i!}} \right)^{x^{2i}} \cdot \left(a_1^{\frac{2^i \cdot i!}{(2i+1)!}} \right)^{x^{2i+1}} \right] \end{aligned}$$

biçiminde olur.

3. ÇARPIMSAL HERMITE DİFERANSİYEL DENKLEMİ VE ÇARPIMSAL HERMITE POLİNOMLARI

Çarpımsal Hermite diferansiyel denklemi,

$$y^{**} \cdot (y^*)^{-2x} \cdot y^{2k} = 1 \quad (39)$$

biçiminde tanımlanır. Burada k bir reel sayıdır.

k negatif olmayan bir tamsayı olsun. $x_0 = 0$ noktası (39) denkleminin bir adi noktasıdır. (39) denkleminin $x_0 = 0$ için (35) şeklindeki çözümünü arıyoruz. Bunun için (35) serisi ve (35)' in çarpımsal türevleri (39) denkleminde yerine yazılırsa,

$$a_2 = a_0^{-k}$$

ve

$$a_{i+2} = a_i^{\frac{2(i-k)}{(i+1) \cdot (i+2)}}, \quad i = 1, 2, \dots$$

biçiminde tekrarlama bağıntısı bulunur. Bu bağıntı yardımıyla

$$\begin{aligned} a_2 &= a_0^{(-1) \cdot \frac{2k}{2!}} & a_3 &= a_1^{(-1) \cdot \frac{2(k-1)}{3!}} \\ a_4 &= a_0^{(-1)^2 \cdot \frac{2^2 k(k-1)}{4!}} & a_5 &= a_1^{(-1)^2 \cdot \frac{2^2 (k-1) \cdot (k-3)}{5!}} \\ a_6 &= a_0^{(-1)^3 \cdot \frac{2^3 k(k-2)(k-4)}{6!}} & a_7 &= a_1^{(-1)^3 \cdot \frac{2^3 (k-1) \cdot (k-3) \cdot (k-5)}{7!}} \\ \vdots & & \vdots & \\ a_{2i} &= a_0^{(-1)^i \cdot \frac{2^i k(k-2) \cdots (k-2i+2)}{(2i)!}} & a_{2i+1} &= a_1^{(-1)^i \cdot \frac{(k-1) \cdot (k-3) \cdots (k-2i+1)}{(2i+1)!}} \end{aligned}$$

a_i katsayıları elde edilir. Böylece (39) denkleminin genel çözümü

$$\begin{aligned} y(x) &= a_0 \cdot \prod_{i=1}^{\infty} \left[a_0^{(-1)^i \cdot \frac{2^i k(k-2) \cdots (k-2i+2)}{(2i)!}} \right] x^{2i} \\ &\quad \cdot a_1^x \prod_{i=1}^{\infty} \left[a_1^{(-1)^i \cdot \frac{(k-1) \cdot (k-3) \cdots (k-2i+1)}{(2i+1)!}} \right] x^{2i+1} \end{aligned}$$

olarak bulunur. Şimdi başlangıç şartları aşağıdaki gibi olsun

$$y(0) = a_0 = e^{(-2)^{\frac{k}{2}}(k-1)!!}$$

$$y^*(0) = a_1 = e^0 = 1 \Rightarrow a_1 = 1$$

Burada

$$(k-1)!! = \begin{cases} (k-1) \cdot (k-3) \dots 3 \cdot 1 & (k-1) \text{ tek} \\ ((k-1) \cdot (k-3) \dots 4 \cdot 2 & (k-1) \text{ çift} \end{cases}$$

şeklinde tanımlanır. Bu taktirde bu başlangıç koşulları için çözüm aşağıdaki gibi olur.

$$y(x) = e^{(-2)^{\frac{k}{2}}(k-1)!!} \cdot \prod_{i=1}^{\infty} \left[\left(e^{(-2)^{\frac{k}{2}}(k-1)!!} \right)^{(-1)^i \frac{2^i k(k-2) \dots (k-2i+2)}{(2i)!}} \right] x^{2i} \quad (40)$$

Özel olarak $k = 6$ için çözüm,

$$y(x) = e^{64x^6 - 480x^4 + 720x^2 - 120}$$

biçiminde olur. Bu çözüm 6. dereceden çarpımsal Hermite polinomudur. Yani

$$H_6^*(x) = e^{64x^6 - 480x^4 + 720x^2 - 120}$$

olur. Tek sayı dereceli çarpımsal Hermite polinomlarını bulmak için başlangıç şartları özel olarak aşağıdaki gibi seçilsin.

$$y(0) = a_0 = 1$$

$$y^*(0) = a_1 = e^{-(-2)^{\frac{k+1}{2}}(k)!!}$$

Bu başlangıç koşulları altında çözüm,

$$y(x) = \left[e^{-(-2)^{\frac{k+1}{2}}(k)!!} \right] \cdot \prod_{i=1}^{\infty} \left[\left(e^{-(-2)^{\frac{k+1}{2}}(k)!!} \right)^{(-1)^i \frac{(k-1) \cdot (k-3) \dots (k-2i+1)}{(2i+1)!}} \right] x^{2i+1} \quad (41)$$

şeklinde olur. Özel olarak $k = 5$ için çözüm,

$$y(x) = e^{32x^5 - 160x^3 + 120x}$$

biçiminde bulunur. Bu çözüm 5. dereceden çarpımsal Hermite polinomudur. Yani

$$H_5^*(x) = e^{32x^5 - 160x^3 + 120x}$$

olur.

Sonuç: (40) ve (41) ile verilen denklemlere ait bazı Hermite polinomları aşağıdaki gibidir,

$$\begin{aligned} H_0^*(x) &= e \\ H_1^*(x) &= e^{2x} \\ H_2^*(x) &= e^{4x^2 - 2} \\ H_3^*(x) &= e^{8x^3 - 12x} \\ H_4^*(x) &= e^{16x^4 - 48x^2 + 12} \\ H_5^*(x) &= e^{32x^5 - 160x^3 + 120x} \\ H_6^*(x) &= e^{64x^6 - 480x^4 + 720x^2 - 120} \\ &\vdots \end{aligned}$$

Klasik Hermite polinomlarındaki özellikler geometrik analizde çarpımsal Hermite polinomları içinde geçerlidir. Şimdi bu özelliklere bakalım.

Teorem 3.1: Çarpımsal Hermite polinomları için aşağıdaki özellikler geçerlidir.

$$(I). H_k^*(x) = e^{H_k(x)}$$

$$(II). \frac{d^*}{dx^*} [H_k^*(x)] = [H_{k-1}^*(x)]^{2k}$$

$$(III). \frac{d^{*(k)}}{dx^k} [H_k^*(x)] = e^{2^k k!}$$

$$(IV). H_{k+1}^*(x) = [H_k^*(x)]^{2x} \cdot [H_{k-1}^*(x)]^{-2k}$$

$$(V). H_{k+1}^*(x) = [H_k^*(x)]^{2x} \cdot [d^* H_k^*(x)]^{-1}$$

$$(VI). H_k^*(x) = \left[d^{*(k)} \left(e^{e^{-x^2}} \right) \right]^{(-1)^k \cdot e^{x^2}}$$

$$(VII). * \int_{-\infty}^{\infty} \left[\left(H_p^*(x)^{\ln(H_k^*)} \right) e^{-x^2} \right]^{dx} = 1, \quad k \neq p$$

$$(VIII). * \int_{-\infty}^{\infty} \left[\left(H_p^*(x)^{\ln(H_k^*)} \right) e^{-x^2} \right]^{dx} = e^{2p \cdot p! \sqrt{\pi}}, \quad k = p$$

İspat.

(I). İspat açıktır.

(II). k çift sayı olsun. Bu taktirde, (40) eşitliği yardımıyla $H_k^*(x)$ bulunur. (40)' ın çarpımsal türevini alarak aşağıdaki eşitlik elde edilir.

$$\begin{aligned} \frac{d^*}{dx^*} [H_k^*(x)] &= y^*(x) \\ &= \prod_{i=1}^{\infty} \left[\left(e^{(-2)^{\frac{k}{2}} (k-1)!!} \right)^{\frac{(-1)^i \cdot 2^i k(k-2) \cdots (k-2i+2)}{(2i-1)!}} \right]^{x^{2i-1}} \end{aligned}$$

Burada $k - 1$ tek olacağından,

$$\frac{d^*}{dx^*} [H_k^*(x)] = [H_{k-1}^*(x)]^{2k} \quad (42)$$

yazılır.

(III). İspat için tümevarım yöntemini kullanalım. $k = 1$ için özellik sağlanır. Yani,

$$\frac{d^*}{dx^*} [H_1^*(x)] = e^2$$

olur. Kabul edelim ki bu özellik $k = n$ için geçerli olsun. Bu

taktirde,

$$\frac{d^{*(n)}}{dx^n} [H_n^*(x)] = e^{2^n n!} \quad (43)$$

yazılır. (II). özellikten

$$\frac{d^*}{dx^*} [H_{n+1}^*(x)] = [H_n^*(x)]^{2(n+1)} \quad (44)$$

eşitliği yazılabilir. (43) eşitliğinin her iki tarafına n . mertebeden çarpımsal türevi uygulanırsa,

$$\frac{d^{*(n+1)}}{dx^{(n+1)}} [H_{n+1}^*(x)] = d^{*(n)} [H_n^*(x)]^{2(n+1)} \quad (45)$$

elde edilir. (45) eşitliğinde (43) yerine yazılırsa,

$$\frac{d^{*(n+1)}}{dx^{(n+1)}} [H_{n+1}^*(x)] = e^{2^{(n+1)}(n+1)!} \quad (46)$$

elde edilir. Bu da ispatı tamamlar.

(IV). $H_{k+1}^*(x)$, (28) denkleminin bir çözümü olduğu için

$$d^{**} [H_{k+1}^*(x)] \cdot [d^*(H_{k+1}^*(x))]^{-2x} \cdot [H_{k+1}^*(x)]^{2(k+1)} = 1 \quad (47)$$

eşitliği yazılabilir. Burada (II). özellikten yararlanılırsa aşağıdaki eşitlik yazılır.

$$H_{k+1}^*(x) = [H_k^*(x)]^{2x} \cdot [H_{k-1}^*(x)]^{-2k} \quad (48)$$

(V). (42) ve (43) denklemleri birlikte düşünüldüğünde sonuç bulunur.

(VI). İspat için tümevarım yöntemini kullanalım. $k = 1$ için özellik sağlanır.

$k = n$ için özelliğin geçerli olduğunu kabul edelim. Yani,

$$H_n^*(x) = \left[d^{*(n)} \left(e^{e^{-x^2}} \right) \right]^{(-1)^n \cdot e^{x^2}} \quad (49)$$

olur. Eğer (49) denklemi (V). özellikte yerine yazılırsa

$$H_n^*(x) = \left[d^{*(n)} \left(e^{e^{-x^2}} \right) \right]^{(-1)^n \cdot e^{x^2}}$$

elde edilir. Böylece ispat tamamlanmış olur.

(VII). Çarpımsal integralin tanımını kullanarak

$$* \int_{-\infty}^{\infty} \left[\left(H_p^*(x)^{\ln(H_k^*)} \right) e^{-x^2} \right]^{dx} = e^{\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} \cdot \ln(H_k^*) \cdot \ln H_p^*(x) dx}$$

yazılır. (I). özellikten $\ln(H_k^*) = H_k$, $\ln H_p^* = H_p$ olduğundan $k \neq p$ için klasik Hermite polinomlarının özelliği kullanılırsa,

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} \cdot \ln(H_k^*) \cdot \ln H_p^* dx = 0$$

olur. Böylece

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left[\left(H_p^*(x)^{\ln(H_k^*)} \right) e^{-x^2} \right]^{dx} = 1$$

sonucu elde edilir. Böylece ispat tamamlanmış olur.

(VIII). Çarpımsal integralin tanımını kullanarak

$$* \int_{-\infty}^{\infty} \left[\left(H_p^*(x)^{\ln(H_k^*)} \right) e^{-x^2} \right]^{dx} = e^{\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} \cdot \ln(H_k^*) \cdot \ln(H_p^*) dx}$$

yazılır. (I). özellikten $\ln(H_k^*) = H_k$, $\ln H_p^* = H_p$ olur. Çarpımsal türev için kısmi integrasyon kullanılarak $k = p$ için klasik Hermite polinomlarının özelliği yardımıyla,

$$* \int_{-\infty}^{\infty} \left[\left(H_p^*(x)^{\ln(H_k^*)} \right) e^{-x^2} \right]^{dx} = e^{2^p \cdot p! \sqrt{\pi}}$$

sonucu elde edilir. Böylece ispat tamamlanmış olur.

4. SONUÇ

Hermite diferansiyel denkleminin fizik ve mühendislikte çok fazla rastlanılır. Çok sayıda problemde, özellikle küreler için sınır değer problemlerinde Hermite diferansiyel denklemi kullanılır. Hermite diferansiyel denklemi ve çözümleri ile Hermite polinomları çok önemli bir yere sahip olduğu için bu kavramları geometrik analize taşıdık. İlk olarak, çarpımsal analizde çarpımsal Hermite diferansiyel denklemi tanımlandı. Çarpımsal adi bir nokta civarında değişken üslü çarpımsal homojen lineer diferansiyel denklemlerin çarpımsal kuvvet seri yöntemini kullanarak farklı durumlar için çarpımsal Hermite polinomları elde edildi. Daha sonra çarpımsal Hermite polinomları ve özellikleri incelendi.

Bu çalışmada elde edilen sonuçların klasik analizde elde edilen sonuçlara karşılık geldiği görülmüştür. Bu da geometrik analizin klasik analiz ile uyumlu olduğunu birkez daha göstermiştir.

KAYNAKÇA

- Andrews, L. C. (1998). *Special functions of mathematics for engineers* (Vol. 49). Spie Press.
- Aniszewska, D., 2007. Multiplicative Runge-Kutta method, *Nonlinear Dynamics*, 50:265-272
- Bashirov, A.E., Mısırlı, E., ve Özyapıcı, A., 2008. Multiplicative calculus and its applications, *J. Math. Anal. Appl.*, 337: 36-48
- Bashirov, A.E., Mısırlı, E., Tandoğdu, Y., ve Özyapıcı, A., 2011. On modeling with multiplicative differential equations, 26(4): 425-438
- Bashirov, A. E. (2013). On line and double multiplicative integrals. *TWMS Journal of Applied and Engineering Mathematics*, 3(1), 103-107.
- Bashirov, A. E., & Mustafa, R. İ. Z. A. (2011). On complex multiplicative differentiation. *TWMS Journal of applied and engineering mathematics*, 1(1), 75-85.
- Bashirov, A. E., & Bashirova, G. (2011). Dynamics of literary texts and diffusion.
- BASHIROV, A. E., & Norozpour, S. (2017). On complex multiplicative integration. *TWMS Journal of Applied and Engineering Mathematics*, 7(1), 82-93.
- Bell, W.W.: *Special Functions for Scientists and Engineers*. Van Nostrand, London (1968)
- Benford, F. (1938). The law of anomalous numbers. *Proceedings of the American philosophical society*, 551-572.
- Bilgehan, B.: Efficient approximation for linear and non-linear signal representation. *IET Signal Proc.* **9**(3), 260–266 (2015)
- Bilgehan, B., & Ojo, S. (2018). Multiplicative based path loss model. *International Journal of Communication Systems*, 31(17), e3794.
- Birkhoff, G. (1938). Vito Volterra and Bohuslav Hostinsky, Opérations Infinitésimales Linéaires. *Bulletin of the American Mathematical Society*, 44(11), 759-761.
- Boruah, K., & Hazarika, B. (2018). G-calculus. *TWMS Journal of Applied and Engineering Mathematics*, 8(1), 94-105.

- Cakir, Z. (2013). Spaces of continuous and bounded functions over the field of geometric complex numbers. *Journal of Inequalities and Applications*, 2013(1), 1-8.
- Campbell, D. (1999). Multiplicative calculus and student projects. *Problems, Resources, and Issues in Mathematics Undergraduate Studies*, 9(4), 327-332.
- Córdova-Lepe, F. (2006). The multiplicative derivative as a measure of elasticity in economics. *TEMAT-Theaeteto Atheniensi Mathematica*, 2(3).
- Çakmak, A. F., & Başar, F. (2012). Some new results on sequence spaces with respect to non-Newtonian calculus. *Journal of Inequalities and Applications*, 2012(1), 1-17.
- Çakmak, A. F., & Başar, F. (2012). On the classical sequence spaces and non-Newtonian calculus. *J. Inequal. Appl*, 12.
- Çakmak, A. F., & Başar, F. (2014, August). On line and double integrals in the non-Newtonian sense. In *AIP Conference Proceedings* (Vol. 1611, No. 1, pp. 415-423). American Institute of Physics.
- Çakmak, A. F., & Başar, F. (2014, January). Certain spaces of functions over the field of non-Newtonian complex numbers. In *Abstract and Applied Analysis* (Vol. 2014). Hindawi.
- Daletskii, Y. L. V., & Teterina, N. I. (1972). Multiplicative stochastic integrals. *Uspekhi Matematicheskikh Nauk*, 27(2), 167-168.
- Dvořák, S. (1973). Generating function and integral representation of hermite polynomials in physical problems. *Czechoslovak Journal of Physics B*, 23(12), 1281-1285.
- Englehardt, J., Swartout, J., & Loewenstine, C. (2009). A new theoretical discrete growth distribution with verification for microbial counts in water. *Risk Analysis: An International Journal*, 29(6), 841-856.
- Filip, D., & Piatecki, C. (2014). An overview on the non-newtonian calculus and its potential applications to economics.
- Filip, D., & Piatecki, C. (2014). A non-Newtonian examination of the theory of exogenous economic growth.
- Florack, L., & van Assen, H. (2012). Multiplicative calculus in biomedical image analysis. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 42(1), 64-75.

- Gökdoğan, A., Yalçın, N. and Çelik, E., 2015. Multiplicative Laplace Transform and Its Applications. Proceedings of International Conference on Applied Analysis and Mathematical Modeling (ICAAMM-2015), İstanbul.
- Gökdoğan, A., Yalçın, N. and Çelik, E., 2016. On The Solution of Multiplicative Linear Differential Equations without Right-Hand Side. Proceedings of International Conference on Mathematics and Mathematics Education (ICMME-2016), Elazığ.
- Grossman, M., & Katz, R. (1972). Non-Newtonian Calculus: A Self-contained, Elementary Exposition of the Authors' Investigations... Non-Newtonian Calculus.
- Grossman, M. (1979). An introduction to non-Newtonian calculus. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 10(4), 525-528.
- Guenther, R. A. (1983). Product integrals and sum integrals. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 14(2), 243-249.
- Gürefe, Y., 2009. Çarpımsal Analiz ve Uygulamaları, Yüksek Lisans Tezi, Ege Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İzmir, Türkiye.
- Hasanov, E., Üzgören, G., & Büyükkaksoy, A. (2002). *Diferansiyel denklemler teorisi*. Papatya.
- He, Y., & Yang, F. (2018). Some recurrence formulas for the Hermite polynomials and their squares. *Open Mathematics*, 16(1), 553-560.
- Hwang, K. W., & Ryoo, C. S. (2020). Differential equations associated with two variable degenerate Hermite polynomials. *Mathematics*, 8(2), 228.
- Kadak, U., & Özlük, M. (2015, January). Generalized Runge-Kutta method with respect to the non-Newtonian calculus. In *Abstract and Applied Analysis* (Vol. 2015). Hindawi.
- Kadak, U., & Gürefe, Y. (2016). A generalization on weighted means and convex functions with respect to the non-Newtonian calculus. *International Journal of Analysis*, 2016.
- Karandikar, R. L. (1982). Multiplicative decomposition of non-singular matrix valued continuous semimartingales. *The Annals of Probability*, 1088-1091.
- Kasprzak, W., Lysik, B., & Rybaczuk, M. (2004). Dimensions. Invariants Models and Fractals, Ukrainian Society on Fracture Mechanics, SPOLOM, Wrocław-Lviv, Poland.

- Michael Grossman. (2006). *Bigeometric calculus: a system with a scale-free derivative*. Non-Newtonian Calculus.
- Misirli, E., & Gurefe, Y. (2011). Multiplicative adams bashforth–moulton methods. *Numerical Algorithms*, 57(4), 425-439.
- Misirli, E., & Ozyapici, A. (2009). Exponential approximations on multiplicative calculus. In *Proc. Jangjeon Math. Soc* (Vol. 12, No. 2, pp. 227-236).
- Mora, M., Cordova-Lepe, F., ve Del-Valle, R., 2012. A non-Newtonian gradient for contour detection in images with multiplicative noise, *Pattern Recognition Letters*, 33: 1245-1256.
- Ozyapici, A., & Bilgehan, B. (2016). Finite product representation via multiplicative calculus and its applications to exponential signal processing. *Numerical Algorithms*, 71(2), 475-489.
- Özyapıcı A., 2009. Çarpımsal Analiz ve Uygulamaları, Doktora Tezi, Ege Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, İzmir, 105s.
- Ozyapıcı, H., Dalcı, İ., Ozyapıcı, A.: Integrating accounting and multiplicative calculus: an effective estimation of learning curve. *Comput. Math. Org. Theory* **23**, 258–270 (2017)
- Özyapıcı, A., Riza, M., Bilgehan, B., & Bashirov, A. E. (2014). On multiplicative and Volterra minimization methods. *Numerical Algorithms*, 67(3), 623-636.
- Riza, M., Özyapici, A., & Misirli, E. (2009). Multiplicative finite difference methods. *Quarterly of Applied Mathematics*, 67(4), 745-754.
- Riza, M. U. S. T. A. F. A., & Eminagaı, B. (2014). Bigeometric calculus—a modelling tool. *Preprint*.
- Riza, M., & Aktöre, H. (2015). The Runge–Kutta method in geometric multiplicative calculus. *LMS Journal of Computation and Mathematics*, 18(1), 539-554.
- Riza, M., Aktöre, H., & Eminaga, B. (2015, April). A Modified Quadratic Lorenz Attractor in Geometric Multiplicative Calculus. In *Abstract of the 28th International Conference of The Jangjeon Mathematical Society*.
- Rybaczuk, M., & Cetera, A. (2001). Non-homogeneous Fractal Growth of Fatigue Defects in Materials (No. 2001-01-4057). SAE Technical Paper.
- Slavík, A. (2007). *Product integration, its history and applications* (pp. iv+-147). Prague: Matfyzpress.

- Stanley, D. (1999). A multiplicative calculus. Problems, Resources, and Issues in Mathematics Undergraduate Studies, 9(4), 310-326.
- Tekin, S., & Başar, F. (2013, January). Certain sequence spaces over the non-Newtonian complex field. In *Abstract and Applied Analysis* (Vol. 2013). Hindawi.
- Turkmen, C., & Basar, F. (2012). Some basic results on the sets of sequences with geometric calculus, Commun. Fac. Sci. Univ. Ank. Series A, 1, 17-34.
- Uzer, A. (2010). Multiplicative type complex calculus as an alternative to the classical calculus. Computers & Mathematics with Applications, 60(10), 2725-2737.
- Volterra, V., Hostinsky, B.: Operations Infinitesimales Lineares. Gauthier-Villars, Paris (1938)
- Yalcin, N., Celik, E., & Gokdogan, A. (2016). Multiplicative Laplace transform and its applications. Optik, 127(20), 9984-9995.
- Yalçın, N., & Çelik, E. (2018). The solution of multiplicative non-homogeneous linear differential equations. J. Appl. Math. Comput, 2(1), 27-36.
- Yalcin, N., & Celik, E. (2018). Solution of multiplicative homogeneous linear differential equations with constant exponentials. New Trends in Mathematical Sciences, 6(2), 58-67.
- YALÇIN, N., & ÇELİK, E. Çarpımsal Cauchy-Euler ve Legendre Diferansiyel Denklemleri. Gümüşhane Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi, 9(3), 373-382.
- Yalçın, N. (2021). The solutions of multiplicative Hermite differential equation and multiplicative Hermite polynomials. Rendiconti del Circolo Matematico di Palermo Series 2, 70(1), 9-21.
- Yalçın, N., & Dedetürk, M. (2021). Solutions of multiplicative ordinary differential equations via the multiplicative differential transform method. Aims Mathematics, 6(4), 3393-3409.
- Yalçın, N., 2016. Çarpımsal Türev ve Çarpımsal Lineer Diferansiyel Denklemler. Doktora Tezi, Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü. Erzurum, 105s
- Yalçın, N., Dedetürk, M. Solutions of Multiplicative Linear Differential Equations via the Multiplicative Power Series Method., (In press)
- Yilmazer, R. E. S. A. T. (2019). Discrete fractional solutions of a Hermite equation. *Journal of Inequalities and Special Functions*, 10(1), 53-59.

Yivli Kanallarda Vorteks Üreteçlerinin Isı Transferine Etkisi

Selma AKÇAY¹

GİRİŞ

Son yıllarda gelişen teknoloji ile birlikte enerji ihtiyacına olan talep, her geçen gün artmaktadır. Bu talebi karşılayabilmek için sınırlı olan kaynakların etkin kullanımı ile enerji üretimi gerçekleştirilmektedir. Bu durum, ihtiyacımız olan enerjiyi israf etmeden doğru biçimde kullanmayı gerektirir. Endüstriyel tesislerde, ulaşım sektöründe, askeri alanlarda, gıda ve kimya gibi proseslerde, kamu sektörü ve domestik uygulamalarda tüketilen enerjiden tasarruf etmek, ülke ekonomisine oldukça büyük kazanç sağlayacaktır. Bu nedenle, gerek enerji üretiminde gerekse üretilen enerjinin etkin bir şekilde kullanılmasında mühendislerimize büyük görev ve sorumluluklar düşmektedir.

Pek çok mühendislik uygulamalarında kullanılan termal cihazların etkinliğine önemli katkı sağladığı için ısı transferinin iyileştirilmesi önemli bir araştırma konusu haline gelmiştir. Bu cihazların genel verimini düşürmeden ısı transferini iyileştirmek için kullanılan pasif yöntemler, önemli avantajlarla birlikte enerji ve maliyet tasarrufu sağlamaktadır. Pasif ısı transferi iyileştirme yöntemleri, mekanik parçalar içermediği ve harici bir enerji ihtiyacı gerektirmediği için daha ekonomik ve güvenlidir. Bu yöntemler arasında, özel yüzey geometrilerinin kullanılması, yapay pürüzlülük, dalgalı, oluklu yada yivli yüzeylerin kullanımı, genişletilmiş yüzeylerin (pin/fın ve bölme gibi) uygulanması, bükülmüş bant, tel bobin ekleri ve kanat/kanatçıklar gibi vorteks üreteçlerinin (VGs) kullanılması gibi uygulamalar sayılabilir [1-4]. Bu uygulamalar, buharlaştırıcılar, kondansatörler, gaz türbini kanadı soğutma kanalları, nükleer reaktörler, ısı eşanjörleri, güneş hava ısıtıcıları vb. gibi çeşitli uygulamalarda oldukça sık tercih edilmektedir [5-8]. Dalgalı yüzey geometrileri, hem ısı transfer alanını artırır hem de kendi kendine akış salınımlarına neden olur. Kanalın geometrik özelliklerine bağlı olarak bu yüzeylerin ısı transfer hızını artırdığı yapılan çalışmalar ile bildirilmiştir [9-13]. Kurtulmuş ve Sahin [14] dalgalı kanallarda akış ve ısı transfer davranışını inceleyen değerli bir derleme çalışması sunmuşlardır. Zontul vd. [15] yaptıkları deneysel ve

¹ Dr. Öğr. Üyesi, Çankırı Karatekin Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, Çankırı, Türkiye, Email: selmaakcay@karatekin.edu.tr

sayısal çalışma ile dikdörtgen dalgalı bir kanalda akış ve ısı transferini inceleyerek anlık akış görüntülerini elde etmişlerdir. Çalışmalarının sonucunda, Reynolds sayısı ile Nusselt sayısının ve sürtünme faktörünün arttığını, termo-hidrolik performansın ise azaldığını rapor etmişlerdir. Brodnianská ve Kotásmíd [16] farklı dalga şekline sahip bir kanalda ısı transferini deneysel ve sayısal olarak incelemişler ve artan Reynolds sayısı ve azalan kanal yüksekliği ile ısı transferinin iyileştiğini bildirmişlerdir. Mehta vd. [17] asimetrik dalgalı kanallarda duvar dalga genliğinin akış ve termal performansa etkilerini laminar akış koşullarında sayısal olarak analiz etmişler ve artan Reynolds sayısı ve duvar dalga genliklerinde Nusselt sayısının arttığını bildirmişlerdir.

Dalgalı kanallar içerisine farklı geometriye sahip vorteks üreteçlerinin eklenmesi ısı transfer hızını önemli derecede artırmaktadır. Kanallara ilave edilen bu vorteks üreteçlerinin (VGs) kullanılmasının amacı, türbülator etkisi göstererek akışta girdap yapılarının oluşmasına yardımcı olmaktır. Akışta oluşan bu girdaplar yapıları, ısı direnci azaltarak homojen bir akış karışımı sonucu ısı transferinin iyileşmesine neden olmaktadır. Vorteks üreteçlerinin akış ve ısı transferine etkilerini araştırmak için pek çok araştırma yapılmıştır. Bu çalışmalarda, vorteks üreteçlerinin geometrileri, kanal içerisindeki konumları, eğim açıları gibi pek çok geometrik parametreler ile akış yapısı ve akışkan özellikleri birlikte araştırılmıştır. Bu konu üzerinde yapılan çalışmalarda, yüksek ısı transferi elde edilmesi nedeniyle bu araştırmalar, son yıllarda büyük ilgi odağı olmuştur [18-22].

Isı transferi performansını daha fazla artırmak için birden fazla pasif teknik birlikte kullanılmaktadır. Bunu için basınç düşümünün nispeten daha az olduğu düz kanallar tercih edilerek kanal yüzeylerine farklı geometrilerde yivler açılması ile ısı performansın artırılması hedeflenmiştir [23-26]. Modi ve Rathor [27] sayısal çalışmalarında, dalgalı kanallarda farklı konfigürasyonlardaki VGs'nin akış ve ısı transferini laminar akış şartlarında ($400 \leq Re \leq 1000$) incelemişler ve VGs geometrilerinin akış yapısını ve ısı transferini etkilediğini bildirmişlerdir. Promvonge vd. [28] aşağı akış ve yukarı akış yönünde iki farklı düzenleme ile ayrık V-tipi kanatçıklar içeren bir ısı eşanjöründe türbülanslı akış için basınç düşüşünü ve termal etkinliği deneysel ve sayısal olarak incelemişlerdir. Çalışmalarının sonucunda, kanatçık yüksekliğinin ısı transferini etkilediğini ve en düşük kanatçık adım uzunluğunda en yüksek ısı transferinin ve basınç düşüşünün elde edildiğini bildirmişlerdir. Sriromreun vd. [29] dikdörtgen bir kanalda Z tipi saptırma

türbülatorlerinin ısı transfer performansı üzerindeki etkilerini deneysel ve sayısal olarak incelemişler ve düz kanallarla karşılaştırıldığında Z bölmelerin varlığının ısı performans üzerinde önemli bir etkiye sahip olduğunu bildirmişlerdir. Turgut ve Kızıllırmak [30] bir kanal içerisinde farklı eğim açılarına ($30^\circ \leq \alpha \leq 150^\circ$) sahip bölmelerin akış ve ısı transferini türbülanslı akış için sayısal olarak incelemişler ve en yüksek ısı performansın $\alpha=150^\circ$ de elde edildiğini bulmuşlardır. Promvong vd. [31] deneysel çalışmalarında, eğimli at nalı bölmelerinin kullanıldığı bir kanalda, ısı transfer iyileşmesinin düz kanallara kıyasla yaklaşık %92-208 oranında arttığını, bunun yanında sürtünme faktörünün ise 1,76-6,37 kat arttığını bildirmişlerdir. Kumar vd. [32] çoklu V-tipi bölmeler kullanarak güneş hava kanalının ısı transferini deneysel olarak incelemişlerdir. Sahel vd. [33] sayısal çalışmalarında, dikdörtgen bir kanalda kullanılan farklı bölme tasarımının ısı transferini %65 oranında iyileştirdiğini bildirmişlerdir. Menni vd. [34] S-şeklinde bölmeler içeren bir güneş hava kanalında, bölmelerin iki farklı düzenlemesinde (aşağı akış ve yukarı akış yönlerinde) akış ve ısı transferini türbülanslı akış için sayısal olarak incelemişlerdir. Sonuçta, bölmelerin kullanılmasının ısı transfer hızını arttırdığını ve en yüksek ısı transferinin aşağı yönde yerleştirilen bölme düzenlemesinde ve $Re=32000$ 'de 1,513 kat arttığını bildirmişlerdir. Bensaci vd. [35] hava kanallarında kullandıkları farklı pozisyonlardaki bölmelerin hidrolik ve termal performansa etkilerini araştırmak için deneysel ve sayısal bir çalışma yapmışlar ve bölmelerin pozisyonlarının ısı transferini etkilediğini belirtmişlerdir. Wang vd. [36] güneş hava ısıtıcısında, akış hızı, ışıyım yoğunluğu ve farklı geometride yivlerin kullanımı gibi parametrelerin ısı transferine etkilerini incelemişler ve S-şeklindeki yivlerin, ısı transferini düz kanallara göre yaklaşık %48 oranında iyileştirdiğini bildirmişlerdir.

Mühendislik uygulamalarında yaygın olarak kullanılan su, etilen glikol ve yağ gibi geleneksel sıvıların, termo-fiziksel özellikleri oldukça düşüktür. Bu tür soğutma sıvılarının termal özelliklerini iyileştirmek için yeni teknolojilerden yararlanılmaktadır. Bu amaçla uygulanan etkili tekniklerden biri, yüksek ısı iletkenliğe sahip nano boyutlu katı parçacıkların temel akışkana eklenmesidir. Nanoakışkan olarak bilinen bu süspansiyonların, kullanılan nanopartikül tipine ve nanopartikül hacim oranlarına göre ısı transferini artırdığı yapılan çalışmalar ile kanıtlanmıştır [37-41]. Taşınım ısı transfer katsayısını ve termal iletkenliği artırmak için uygulamalarda, pasif yöntemler ile birlikte nanoakışkanların kullanılması

oldukça sık tercih edilmektedir. Heshmati vd. [42] Al_2O_3 , CuO, ZnO ve SiO_2 nanopartiküllerin % 0 ila % 4 arasında değişen hacim oranlarında, farklı geometriye sahip oluklu bölme ile geriye dönük bir basamak üzerinde $50 \leq \text{Re} \leq 400$ aralığındaki Reynolds sayılarında ısı transferini sayısal olarak incelemişlerdir. Sonuç olarak, yüksek partikül hacim oranları ve küçük nanopartikül çapına sahip nanoakışkanların ısı transferini önemli ölçüde iyileştirdiğini göstermişlerdir. Alnak [43] yaptığı sayısal çalışma ile farklı açılarda yerleştirilmiş dikdörtgen bölmelere sahip çapraz oluklu üçgen kanallarda, ısı transferi ve basınç düşüşünü k- ϵ türbülans modelini kullanarak analiz etmiştir. Çalışma sonucunda, $\text{Re} = 6000$ değerinde, 90° bölme açısında dikdörtgen bölmeli oluklu kanalın Nusselt değerinin, 60° bölme açısından % 52,8 daha yüksek olduğunu bulmuş, ayrıca $\text{Re} = 1000$ için basınç düşüşünün 90° bölme açısına göre 60° bölme açısında % 65,97 daha düşük olduğunu göstermiştir. Ajeel vd. [44] eğimli oluklu bir kanalda, L şeklinde bölmelerin varlığında ZnO-su nanoakışkanın akış ve ısı transfer özelliklerini türbülanslı akış için sayısal olarak incelemişler ve bölmelere bağlı olarak akışta girdap oluşumunun artan türbülans etkileri ile ısı transferini arttırdığını bildirmişlerdir. Manca vd. [45] dış duvarlarına ısı akısı uygulanmış bir kanalda, farklı yiv yüksekliğinde, % 0 ila % 4 nanopartikül hacim oranlarında Al_2O_3 -su nanoakışkanın türbülanslı akışı ($20000 \leq \text{Re} \leq 60000$) için ısı transferini araştırmışlardır. Çalışmalarının sonucunda, Reynolds sayısı ve partikül hacim oranı arttıkça ısı transferinin iyileştiğini ve pompalama gücünün de arttığını bildirmişlerdir. Menni vd. [46] ısı değiştiricilerinin termal performansını iyileştirmek amacıyla yaptıkları çalışmalarında, kanal içinde farklı açılarda bölmeler kullanarak nanoakışkanların dinamik ve termal davranışlarını türbülanslı akış için incelemişler ve en yüksek termal performansın, yüksek Reynolds sayısında dik bölmelerin kullanıldığı durumda elde edildiğini bildirmişlerdir. Huminic ve Huminic [47] dalgalı kanallarda temel akışkanların ve nanoakışkanların hidrolik ve termal davranışlarını inceleyen bir derleme çalışması sunmuşlardır. Qi vd. [48] dalgalı kanallarda TiO_2 -su nanoakışkanın, akış ve ısı transferini inceleyen deneysel ve sayısal bir çalışma gerçekleştirmişlerdir. Pordanjani vd. [49] ısı değiştiricilerinde enerji tasarrufu üzerinde nanoakışkan uygulamalarının etkilerini inceleyen bir derleme çalışması sunmuşlardır. Mei vd. [50] dalgalı kanallarda manyetik alan altında Fe_2O_3 -su nanoakışkanın termal performansını ve basınç düşüşünü sayısal olarak araştırmışlardır. Kaood ve Hassan [51] farklı geometriye sahip dalgalı

kanallarda, farklı tip nanoakışkanların değişen partikül hacim oranlarında enerji performansını ve ısı transfer iyileşmesini sayısal bir çalışma ile incelemişlerdir. Çalışmalarının sonucunda, düz kanallarla karşılaştırıldığında nanoakışkanların ısı transferini oldukça artırdığını bildirmişlerdir. Tian vd. [52] Al_2O_3 -su ve CuO -su olmak üzere iki farklı tipte nanoakışkan kullanarak farklı kesit alanlarına sahip kanallarda, üçgen şeklinde vorteks üreteçlerinin ısı transferini, basınç düşüşünü ve ekserji analizini incelemişlerdir. Çalışmalarının sonucunda, en yüksek termal performansın dairesel kesitli kanallarda elde edildiğini, iş yapan akışkan olarak nanoakışkanların kullanılması halinde vorteks üreteçlerinin Nusselt sayısını önemli ölçüde artırdığını bulmuşlardır. Bunun yanında, nanoakışkanların daha fazla ekserji yıkımına yol açtığını bildirmişleridir. Akçay [53] içerisinde bölmelerin yer aldığı Z-şeklinde dalgalı bir kanalda CuO -su nanoakışkanın termo-hidrolik performansını sayısal olarak incelemiş ve akış yapısının kanal geometrisinden etkilendiğini ve nanoakışkanların ısı transferini iyileştirmede önemli bir potansiyele sahip olduğunu belirtmiştir. Akdag vd. [54,56] yaptıkları üç ayrı çalışma ile sinusoidal, trapez ve üçgen dalgalı kanallarda laminar pulsatif nanoakışkan akışında ısı transferini araştırmışlar ve artan partikül hacim oranı ve Reynolds sayısı ile termal performansın arttığını belirterek sürtünme kaybının da bir miktar yükseldiğini göstermişlerdir.

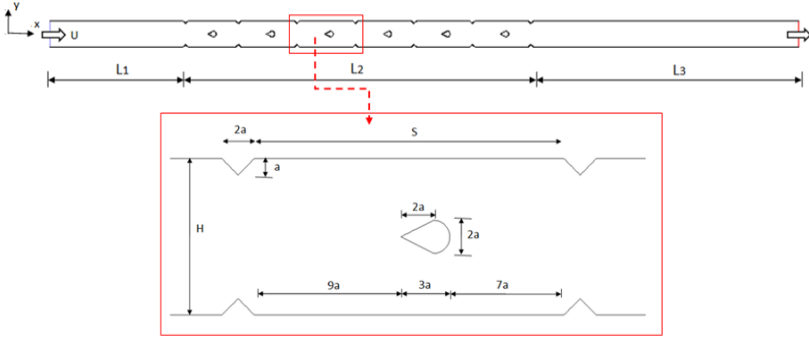
Bugüne kadar yapılan çalışmalardan da anlaşıldığı gibi dalgalı yüzeye sahip kanallarda nanoakışkan akışı altında vorteks üreteçlerinin kullanılması ile ilgili pek çok deneysel ve sayısal çalışmaya rastlanmaktadır. Bu uygulamaların kullanılması her ne kadar ısı transferini artırsa da kullanılan VGs nedeniyle akış alanı kısıtlanmakta ve bu durum basınç düşüşünde bir miktar artışa yol açmaktadır. Bu nedenle, en yüksek ısı transferini en az basınç kaybı ile sağlayan kanal geometrisinin ve vorteks üretecinin belirlenmesi oldukça zordur. Ayrıca, ısı transferini artırsa bile nanoakışkanların viskozitesinin temel akışkandan daha yüksek olması sürtünme faktörünü artıracaktır. Bugüne kadar yapılan araştırmalarda, yüksek ısı transferini ve en az basınç düşüşünü sağlayan nanopartikül tipinin ve partikül hacim oranının belirlenmesi için kesin bir kriter bildirilmemiştir. Kullanılan parametre sayısının da oldukça fazla olması, bu konuda yapılan çalışmaları artırmıştır. Bu çalışmada, yüzeylerinde V-şeklinde yivlerin olduğu ve kanal merkezine damla şeklinde türbülatorlerin eklendiği bir kanalda, Al_2O_3 -su nanoakışkanın $\phi=5\%$ partikül hacim oranında, ısı transferi ve sürtünme faktörü sayısal olarak analiz edilmiştir. Yapılan çalışma, aynı

zamanda türbülantörlerin olmadığı yivli kanalda taban akışkan akışı ile karşılaştırılmıştır.

SAYISAL ÇALIŞMA

Sayısal Model ve Denklemler

Şekil 1'de, çalışmada kullanılan içerisinde damla şeklinde vorteks üreticileri (VGs) bulunan yivli kanalın geometrisi detayları ile birlikte verilmiştir. Kanalın yüksekliği (H), 19 mm'dir. Kanal girişinde ve çıkışında, sırasıyla $L_1=5H$ ve $L_3=10H$ uzunluğunda ısıtılmamış düz bir bölüm vardır. Yivli yüzeyden oluşan ısıtılmış kanal uzunluğu L_2 olarak gösterilmiştir. Yivli kısımlar arasındaki mesafe $S=2H$ olarak alınmıştır. Yivlerin yüksekliği $a=2\text{mm}$ 'dir ve diğer geometrik ölçüler, Şekil 1 üzerinde gösterilmiştir. Kanal merkezine damla şeklinde 6 adet vorteks üretici yerleştirilmiştir.



Şekil 1. Sayısal modelin geometrisi.

Al_2O_3 -su nanoakışkan, iş yapan akışkan olarak kullanılmış ve nanopartikül hacim oranı $\phi=0,05$ olarak tüm testlerde sabit tutulmuştur. Çalışma, içerisinde VGs bulunmayan yivli kanal geometrisinde, taban akışkan akışı ile de karşılaştırılmış ve diğer geometrik parametreler sabit kabul edilmiştir. Çalışmalar, Reynolds sayısının belirli bir aralığı ($100 \leq Re \leq 900$) için uygulanmıştır.

Akışkanın Newtoniyen tipte, tek fazlı ve sıkıştırılmaz olduğu kabul edilmiştir. Sayısal çözümler, iki boyutlu ve laminar daimi akış şartlarında yapılmıştır. Al_2O_3 nanopartiküller ile suyun karışımının homojen olduğu farzedilmiştir. Işınım ile olan ısı transferi ve yerçekimi etkileri ihmal edilerek bu kabullere göre korunum denklemleri aşağıdaki eşitliklerde verilmiştir;

Süreklilik denklemi:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \nabla(\rho u) = 0 \quad (1)$$

Momentum denklemi:

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial(u_i u_j)}{\partial x_i} = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \nabla^2 u_j \quad (2)$$

Enerji denklemi:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u_i \frac{\partial T}{\partial x_i} = \frac{1}{RePr} \nabla^2 T \quad (3)$$

Çalışmada kullanılan ilgili parametreler, Reynolds sayısı (Re), Nusselt sayısı (Nu) ve sürtünme katsayısı (f) olarak belirlenmiştir. Bu parametrelere ait denklemler takip eden eşitliklerde sunulmuştur.

Reynolds sayısı (Re) ve hidrolik çap (D_h) Eşitlik (4) ve (5) ile hesaplanmıştır:

$$Re = \frac{\rho u D_h}{\mu} \quad (4)$$

$$D_h = \frac{4HW}{2(H+W)} \quad (5)$$

Yerel Nusselt sayısı ve ilgili parametreler Eşitlikler (6) - (9) ile verilmiştir:

$$Nu_x = \frac{h D_h}{k_f} \quad (6)$$

$$h = \frac{Q_{conv}}{A_L \Delta T_{lm}} \quad (7)$$

$$Q_{conv} = mC(T_{i,b} - T_{o,b}) \quad (8)$$

$$\Delta T_{lm} = \frac{(T_{i,b} - T_{o,b})}{\ln\left(\frac{T_w - T_{i,b}}{T_w - T_{o,b}}\right)} \quad (9)$$

Burada, k ısı iletim katsayısı, h ısı taşınım katsayısı, ΔT_{lm} logaritmik sıcaklık farkıdır. Q_{conv} , A_L , m, ve C, sırasıyla taşınım ile ısı transferi, ısı transfer alanı, kütleli debi ve özgül ısı olarak tariflenmiştir.

Ortalama Nusselt sayısı Eşitlik (10) ile hesaplanmıştır:

$$Nu = \frac{1}{L} \int_0^L Nu_x dx \quad (10)$$

Nusselt sayısına bağlı olarak hesaplanan ısı transfer performansı (ε) Eşitlik (11) ile bulunmuştur:

$$\varepsilon = \frac{Nu(n)}{Nu(s)} \quad (11)$$

Burada $Nu(n)$ ve $Nu(s)$, sırasıyla VGs'nin bulunduğu nanoakışkan akışında elde edilen Nusselt sayısını ve düz kanalda temel akışkan için hesaplanan Nusselt sayısını göstermektedir.

Sürtünme faktörü (f) Eşitlik (12) ile bulunmuştur:

$$f = \frac{2\Delta P D_h}{\rho u^2 L} \quad (12)$$

Burada, ΔP kanal giriş ve çıkışı arasındaki basınç farkını temsil etmektedir. Sürtünme faktörüne bağlı olarak hesaplanan boyutsuz sürtünme faktörü Eşitlik (13) ile elde edilmiştir:

$$\Gamma = \frac{f(n)}{f(s)} \quad (13)$$

Burada $f(n)$ ve $f(s)$, sırasıyla VGs'nin bulunduğu nanoakışkan akışında elde edilen sürtünme faktörünü ve düz kanalda taban akışkan için hesaplanan sürtünme faktörünü göstermektedir.

Nanoakışkanların Fiziksel Özellikleri

Al_2O_3 -su nanoakışkanın termofiziksel özellikleri olan yoğunluk (ρ_{nf}) Eşitlik (14) ve özgül ısı (C_{nf}) Eşitlik (15) [57], ısı iletim katsayısı (k_{nf}) Eşitlik (16) ve dinamik viskozite (μ_{nf}) Eşitlik (17) [58] ile hesaplanmıştır.

$$\rho_{nf} = (1 - \varphi)\rho_{bf} + \varphi\rho_{pt} \quad (14)$$

$$C_{nf} = \frac{(1-\varphi)\rho_{bf}C_{bf} + \varphi\rho_{pt}C_{pt}}{\rho_{nf}} \quad (15)$$

$$k_{nf} = k_{bf} \frac{[k_{pt} + 2k_{bf} - 2\varphi(k_{bf} - k_{pt})]}{[k_{pt} + 2k_{bf} + \varphi(k_{bf} - k_{pt})]} \quad (16)$$

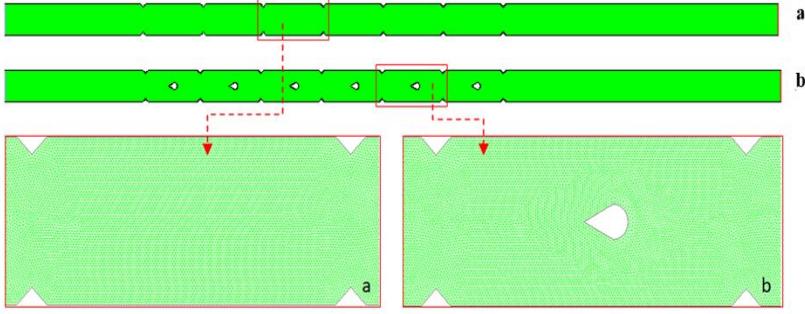
$$\mu_{nf} = \mu_{bf}[123\varphi^2 + 7.3\varphi + 1] \quad (17)$$

Tablo 1: Al_2O_3 nanopartikülün ve suyun termofiziksel özellikleri (300 K)				
	Yoğunluk ρ [kg/m ³]	Özgül ısı C [J/kgK]	Isıl iletkenlik k [W/mK]	Viskozite μ [kg/ms]
H ₂ O	998,2	4182	0,6	0,001003
Al ₂ O ₃	3950	765	36	-

Taban akışkan olarak su kullanılmıştır. Taban akışkan ve Al_2O_3 nanopartikülün 300K sıcaklığında termo-fiziksel özellikleri Tablo 1 ile verilmiştir [52].

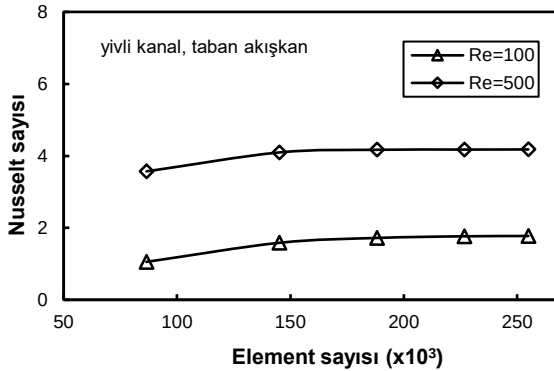
Sayısal Yöntem

Sayısal modelin çizimi ve hücrelere ayrılması Gambit programı yardımıyla gerçekleştirilmiştir. Hücre yapısında üçgen elemanlar tercih edilmiştir. Yivli kanalın (a) ve içerisinde damla şeklinde vorteks üreteçlerinin yer aldığı kanalın (b), hücrelere ayrılmış yapıları detayları ile birlikte Şekil 2’de gösterilmiştir.



Şekil 2. Sayısal modelin ağ yapısı, a-yivli kanal, b- vorteks üreteçli kanal.

Problemın çözümü, Fluent 15.0 [59] yazılımı ile gerçekleştirilmiştir. Sonlu hacim yaklaşımı ile ayrıklaştırılan denklemler, SIMPLE algoritması ile çözülmüştür. Denklemlerde elde edilen taşınım ve yayılım terimler için ikinci dereceden ileri fark şeması kullanılmıştır. Çözümlerde, süreklilik, momentum ve enerji eşitlikleri için yakınsama kriteri 10^{-7} kabul edilmiştir. Grid bağımsızlığı için 86534, 145112, 188138, 226750, 254948 eleman sayılarında çeşitli testler uygulanmış olup her bir eleman sayısında Nusselt sayıları hesaplanmıştır. 188138 hücre sayısından sonra Nusselt sayısındaki değişimin %2’den az olduğu tespit edilerek sayısal modele 188138 eleman sayısı uyarlanmıştır. Eleman sayıları ile Nusselt sayısının değişimi Şekil 3’te gösterilmiştir.



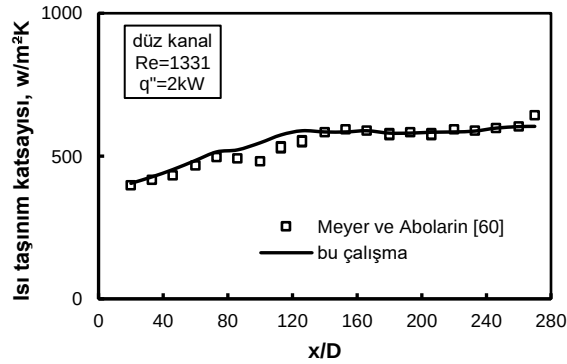
Şekil 3. Eleman sayıları ile Nusselt sayısının değişimi (Re=100 ve Re=500).

Sınır Şartları

Akışkanın kanala $T_1=300K$ sıcaklığında girdiği kabul edilerek kanal girişinde, "hız giriş" sınır şartı tariflenmiştir. Çıkışta ise "dışa akış" sınır şartı uygulanmıştır. V şeklinde yivlerin bulunduğu kanalın alt ve üst yüzeyleri $360K$ sıcaklığında korunmuştur. Kanalın merkezinde konumlanan damla şeklindeki vorteks üreteçleri için adyabatik ve kaymaz sınır şartı tariflenmiştir. Kanalın girişinde ve çıkışındaki düz bölümler için yine kaymaz ve adyabatik duvar sınır şartı uygulanmıştır.

TARTIŞMA ve SONUÇLAR

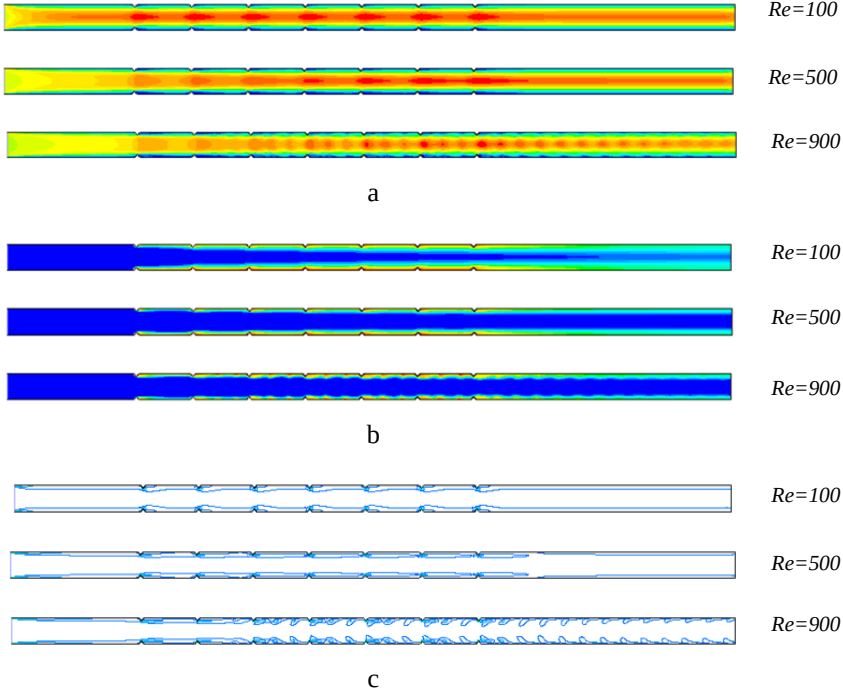
Bu çalışmada elde edilen sayısal sonuçlar, Meyer ve Abolarin [60] tarafından gerçekleştirilen deneysel çalışma sonuçları ile doğrulanmıştır. 19mm hidrolik çapa sahip düz bir kanalın yüzeylerine, $q''=2kW$ ısı akısı uygulanmış ve $Re=1331$ değeri için x/D mesafelerinde ısı taşınım katsayıları, h (W/m^2K) elde edilmiştir. Deneysel sonuçlar ile bu çalışmanın sayısal sonuçlarının karşılaştırması Şekil 4'de verilmiştir.



Şekil 4. Sayısal çözümün önceki çalışma sonuçları [60] ile karşılaştırılması.

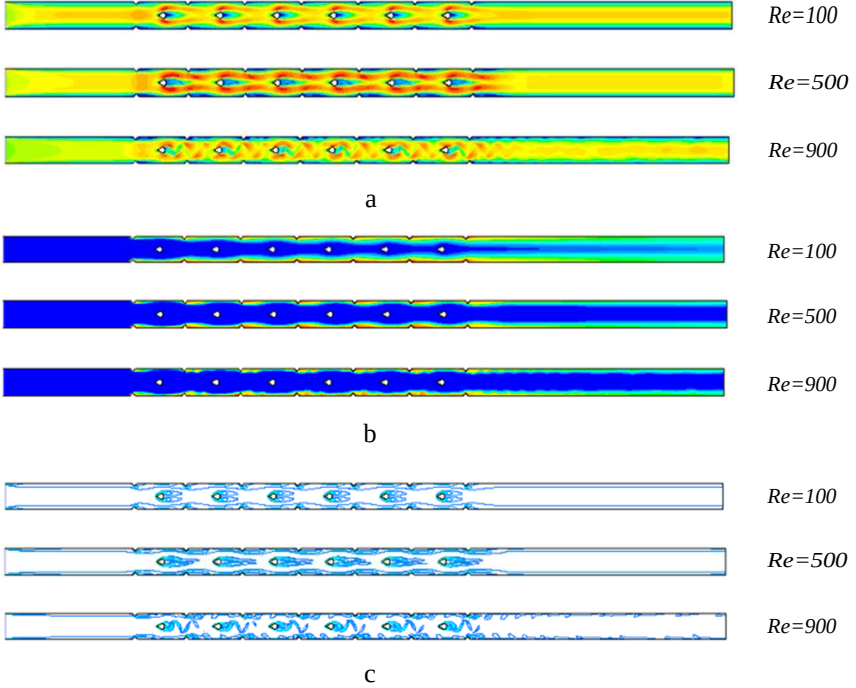
Bu bölümde, yüzeyleri yivli ve merkezinde VGs bulunan bir kanalda, Al_2O_3 -su nanoakışkanın, akış ve ısı transfer davranışı, farklı parametreler için incelenmiştir. Nanopartikül hacim oranı tüm testlerde sabit tutulmuş ($\phi=0.5$) ve Reynolds sayısı (Re) değiştirilerek kanal içinde hız alanları, sıcaklık dağılımları ile vorteks yapıları elde edilmiştir. Çalışma, taban akışkan için içerisinde VGs bulunmayan yivli kanal akışı ile de karşılaştırılmıştır.

Şekil 5'te, V şeklinde yivli kanalın, taban akışkan için farklı Reynolds sayıları ile hız alanları (a), sıcaklık dağılımları (b) ve vorteks yapıları (c) verilmiştir. Kanalda, yivli kısımdan geçen akışkanın kesit daralması nedeniyle hızının arttığı görülmektedir. Kanal giriş hızının artması ile akış yapısı oldukça değişmektedir. Özellikle yüksek Reynolds sayısında ($Re=900$), kanalda akış salınımları meydana gelmektedir. Bu salınımlar, akış karışımında önemli rol oynamaktadır (Şekil 5a). Hız alanlarındaki bu değişim, sıcaklık alanlarına da yansır. Düşük Reynolds sayısında, ısıtılmış yivli kanal yüzeylerinin sıcaklıkları oldukça yüksektir. Artan Reynolds sayılarında yüzeydeki sıcaklık gradyanının düştüğü gözlenmektedir (Şekil 5b). Düşük hızlarda kanal yüzeyleri boyunca uzunlamasına olan vorteks yapılarının, yüksek hızlarda enine büyüyerek kanalın merkezine doğru ilerlediği görülmektedir (Şekil 5c).



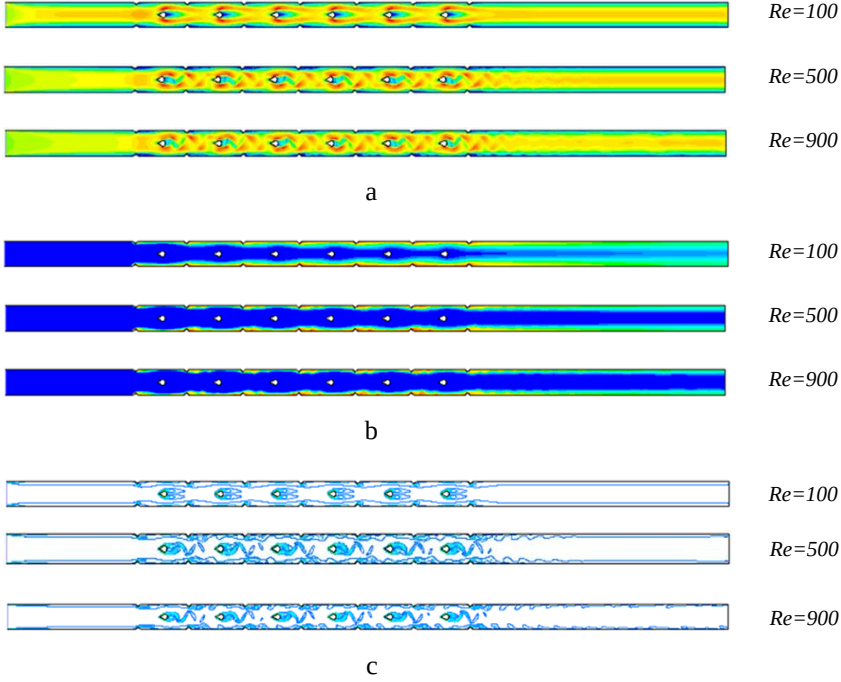
Şekil 5. Yivli kanalda taban akışkan akışında farklı Reynolds sayıları için, a- hız alanları, b- sıcaklık dağılımları, c- vorteks yapıları.

Şekil 6'da, yivli ve merkezi vorteks üreteçlerinin bulunduğu kanalda, taban akışkan için farklı Reynolds sayıları ile hız alanları (a), sıcaklık dağılımları (b) ve vorteks yapıları (c) gösterilmektedir. Merkezi VGs, akış yapısını önemli ölçüde değiştirmektedir. Akış, VGs nedeniyle iki kola ayrılmakta ve daha sonra birleşmektedir. Böylece, kanal merkezindeki soğuk akışkan, ısıtılmış kanal yüzeylerine doğru yönlendirilmektedir. Kanal giriş hızı arttıkça akış salınımı artarak VGs'nin ardında art izleri oluşmaktadır (Şekil 6a). Düşük Reynolds sayılarında kanal yüzeylerinin sıcaklığının yüksek olduğu, yüksek Reynolds sayılarında ise yüzey sıcaklığının oldukça azaldığı görülmektedir (Şekil 6b). Bu durum, VGs'nin ısı transferi iyileşmesinde önemli bir role sahip olduğunu kanıtlamaktadır. Şekil 6c, düşük Reynolds sayılarında, kanal yüzeylerine yakın bölgelerde ve VGs'nin ardında meydana gelen akış döngülerinin, yüksek Reynolds sayılarında tüm kanalı kapladığını göstermektedir.



Şekil 6. Vorteks üreteçli kanalda taban akışkan akışında farklı Reynolds sayıları için, a- hız alanları, b- sıcaklık dağılımları, c- vorteks yapıları.

Şekil 7’de yivli ve VGs’nin bulunduğu kanalda, Al_2O_3 -su nanoakışkanının $\phi=5\%$ partikül hacim oranlarında, farklı Reynolds sayıları ile hız alanları (a), sıcaklık dağılımları (b) ve vorteks yapıları (c) verilmiştir. Nanoakışkan akışında, kanaldaki akış yapısı, taban akışkan akışına ait görüntüler (Şekil 6) ile benzerlik göstermektedir. Ancak, nanoakışkanların varlığında, kanal içerisinde akış döngülerinin arttığı (Şekil 7c) ve yüzey sıcaklığının Şekil 6b’deki sıcaklık dağılımına göre daha düşük olduğu görülmektedir.

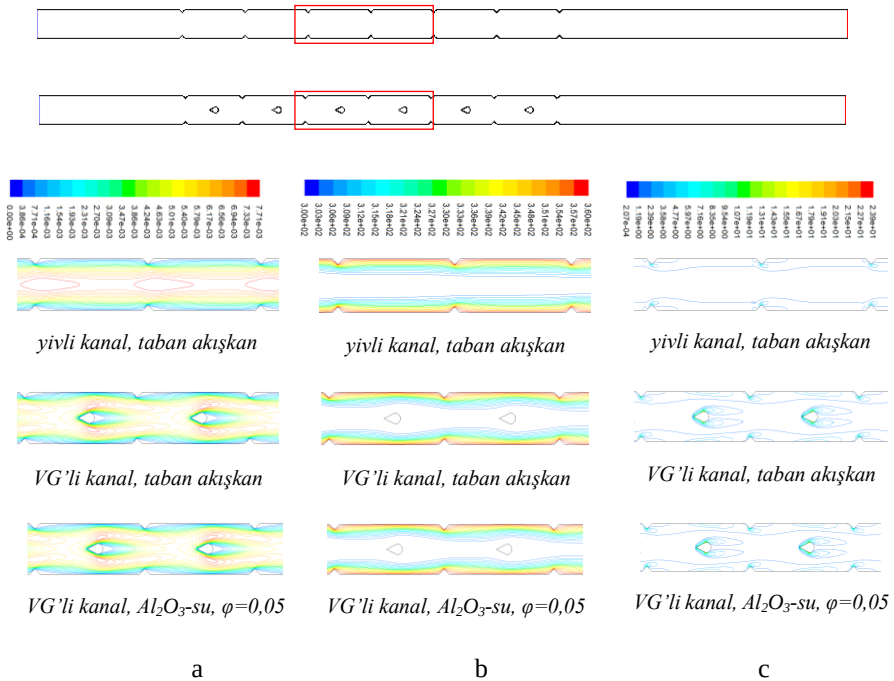


Şekil 7. Vorteks üreteçli kanalda nanoakışkan akışında farklı Reynolds sayıları için, a- hız alanları, b- sıcaklık dağılımları, c- vorteks yapıları.

Şekil 5, 6 ve 7’de, kanal içindeki hız alanları, sıcaklık dağılımları ve vorteks yapıları için renk skalaları, Şekil 8, 9 ve 10’da verilen renk skalaları ile aynıdır.

Şekil 8’de, $Re=100$ için yivli ve VGs’nin bulunduğu kanalda taban akışkan ve nanoakışkan akışında, hız alanları (a), sıcaklık dağılımları (b) ve vorteks yapıları (c), kanalın belirli bir bölümü için verilmiştir. Yivli kanalda akışkanın, kanal yüzeylerine paralel olarak aktığı, yivlerin akış yapısını kısmen bozduğu görülmektedir. Kanal yüzeylerinde yer alan bu yivler, sınır tabaka oluşumunu engelleyerek termal direnci azaltmaya yardımcı olmaktadır. VGs’nin kullanım amacı ise akış içinde girdap etkisi

oluşturarak daha iyi bir akış karışımı sağlamaktadır. Bu nedenle, damla şeklinde vorteks üreteçleri kanalın merkezine yerleştirilmiştir. VGs'nin yer aldığı kanallarda yüzeydeki yivlerin de etkisiyle akış salınımlarının meydana geldiği ve akışın kanal yüzeylerine doğru yöneldiği görülmektedir. Her VGs'de akış iki kola ayrılır ve daha sonra yeniden bağlanır. Bu durum periyodik olarak devam eder (Şekil 8a). VGs'nin olmadığı kanalda, yüzeydeki sıcaklık gradyanının VGs'nin olduğu kanala göre oldukça yüksek olduğu görülmektedir (Şekil 8b). VGs'nin yer aldığı kanalda, düşük Reynolds sayısında ($Re=100$) taban akışkan ve nanoakışkan akışında sıcaklık dağılımları ve vorteks yapıları birbirlerine oldukça benzerdir (Şekil 8b ve 8c).

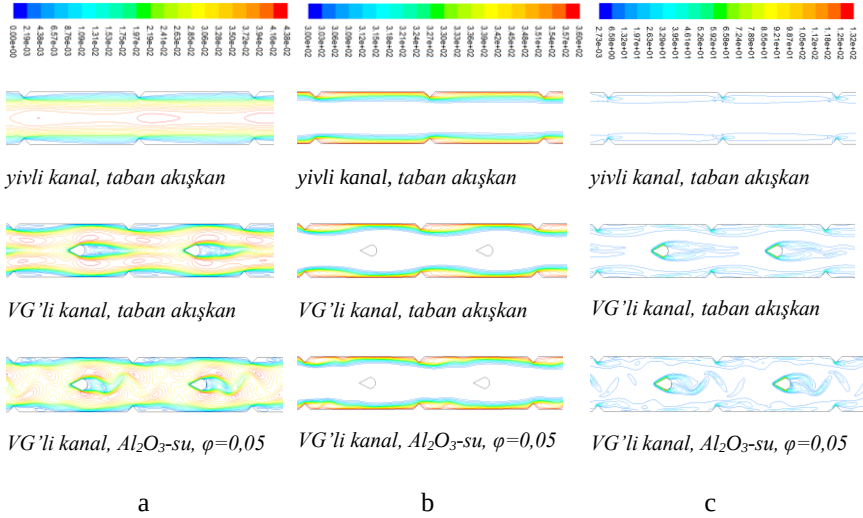


Şekil 8. Re=100 için farklı kanal akışlarında, a- hız alanları, b- sıcaklık dağılımları, c- vorteks yapıları.

Şekil 9'da, $Re=500$ için yivli ve VGs'nin bulunduğu kanalda taban akışkan ve nanoakışkan akışında, hız alanları (a), sıcaklık dağılımları (b) ve vorteks yapıları (c), kanalın belirli bir bölümü için sunulmuştur. $Re=500$ 'de elde edilen görüntüler, $Re=100$ için elde edilen görüntülerden (Şekil 8) daha farklıdır. Kanal giriş hızının artması, akış salınımlarının artmasına ve özellikle VGs'nin yer aldığı kanalda akış döngülerinin

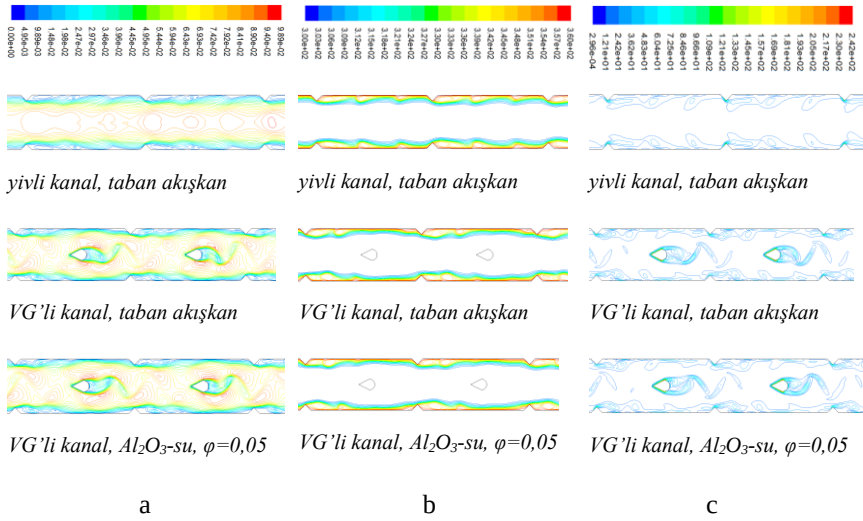
artmasına neden olmuştur. $Re=100$ için elde edilen sıcaklık dağılımlarına göre, kanal yüzey sıcaklığı önemli derecede azalmış, dolayısı ile ısı transferi artmıştır.

Şekil 10'da, $Re=900$ için yivli ve VGs'nin bulunduğu kanalda taban akışkan ve nanoakışkan akışında, hız alanları (a), sıcaklık dağılımları (b) ve vorteks yapıları (c), kanalın belirli bir bölümü için gösterilmiştir. Reynolds sayısının artması ile akış yapısı bozulmuş ve özellikle VGs'nin olduğu kanallarda, kanalın her yerinde ikincil akış yapılarının yayılmış olduğu ve VGs'nin ardından ard izlerinin şekillendiği gözlenmektedir. İkincil akış yapıları, homojen bir akış karışımına neden olmakta ve ısı transfer hızını artırmaktadır. Şekil 10c'de, sıcaklık dağılımından $Re=900$ 'de, yüzeydeki sıcaklık gradyanının oldukça azaldığı tespit edilmiştir.



Şekil 9. $Re=500$ için farklı kanal akışlarında, a- hız alanları, b- sıcaklık dağılımları, c- vorteks yapıları.

Nusselt sayısına bağlı olarak hesaplanan ısı transfer performansı (ϵ) Eşitlik (11) ile tanımlanmıştır. Burada $Nu(n)$ yivli ve VG'li kanalda, nanoakışkan akışı için hesaplanan Nusselt sayısını, $Nu(s)$ ise düz kanalda, taban akışkan için hesaplanan Nusselt sayısını göstermektedir. $Nu(y, vg)$ yivli ve VG'li kanalda taban akışkan akışı için hesaplanan Nusselt sayısını, $Nu(y)$ ise sadece yivli kanalda, taban akışkan için hesaplanan Nusselt sayısını göstermektedir.

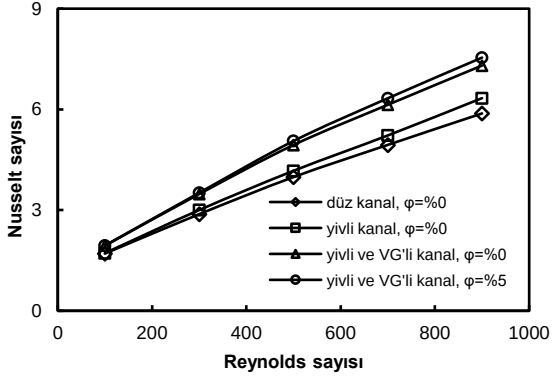


Şekil 10. Re=900 için farklı kanal akışlarında, a- hız alanları, b- sıcaklık dağılımları, c- vorteks yapıları.

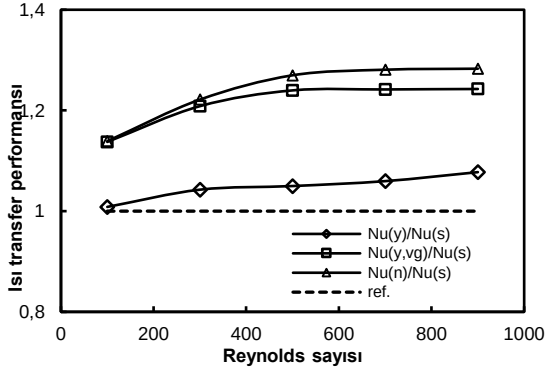
Şekil 11'de Reynolds sayısı ile Nusselt sayısının (a), ısı transfer performansının (b) ve boyutsuz sürtünme faktörünün (c) değişimi verilmiştir. Reynolds sayısı arttıkça Nusselt sayısının arttığı ve VG'snin bulunduğu kanalda bu artışın daha fazla olduğu gözlenmektedir. En yüksek Nusselt sayısı, $Re=900$ 'de VG'li kanalda nanoakışkan akışında $Nu=7,31$ olarak elde edilmiştir (Şekil 11a).

Şekil 11b’de, düz kanalda taban akışkan akışı, kesikli çizgi ile gösterilmiş olup referans olarak alınmıştır. Tüm kanal konfigürasyonları için artan Reynolds sayıları ile ısı transfer performansı da artmaktadır. Taban akışkan akışında, yivli kanalda ve VGs’li kanalda, ısı transfer performansı referans değere göre, sırasıyla yaklaşık %11 ve %24 oranında artmıştır. En yüksek ısı transfer performansı, VG’li kanalda nanoakışkan akışında ve $Re=900$ değerinde 1,29 olarak elde edilmiştir. Diğer taraftan, kanal yüzeyindeki yivler ve kanal merkezindeki VGs’ne bağlı olarak akışın kısıtlanması nedeniyle kanal içinde meydana gelen kayma gerilmeleri önemli derecede basınç düşüşüne neden olmaktadır. Ayrıca, taban akışkana göre nanoakışkanların viskozitesinin daha yüksek olması da basınç düşüşüne yol açmaktadır.

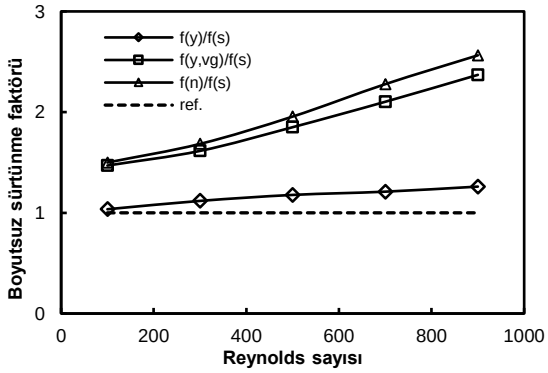
Şekil 11c’de Reynolds sayısı ile boyutsuz sürtünme faktörünün değişimi verilmiştir. Burada $f(n)$ VG’li kanalda, nanoakışkan akışı için hesaplanan sürtünme faktörünü, $f(s)$ ise düz kanalda, taban akışkan için



a



b



c

Şekil 11. Farklı kanal akışlarında Reynolds sayılarıyla, a- Nusselt sayısının, b- ısı transfer performansının, c- boyutsuz sürtünme faktörünün değişimi.

hesaplanan sürtünme faktörünü göstermektedir. $f(y,vg)$ VG'li kanalda, taban akışkan akışı için hesaplanan sürtünme faktörünü, $f(y)$ ise yivli kanalda, taban akışkan için hesaplanan sürtünme faktörünü temsil etmektedir. Düz kanalda taban akışkan akışı, kesikli çizgi ile gösterilmiş olup referans olarak alınmıştır. Tüm kanal yapıları için artan Reynolds sayıları ile boyutsuz sürtünme faktörü de artmaktadır. VG'li kanalda, bu artış daha yüksek elde edildiği görülmektedir. Taban akışkan akışında, yivli kanalda ve VG'li kanalda, boyutsuz sürtünme faktörü, referans değere göre, sırasıyla yaklaşık 1,26 ve 2,34 oranında artmıştır. En yüksek boyutsuz sürtünme faktörü, VG'li kanalda nanoakışkan akışında ve $Re=900$ değerinde 2,56 olarak elde edilmiştir.

SONUÇLAR

Bu çalışmada, kanal merkezine damla şeklinde VGs yerleştirilmiş, yüzeyleri V şeklinde yivli bir kanalda, Al_2O_3 -su nanoakışkanın sabit bir hacim oranı ($\phi=0,05$) ve $100 \leq Re \leq 900$ değerleri için akış ve ısı transfer davranışları analiz edilmiştir. Ayrıca çalışma, içerisinde VGs'nin olmadığı yivli kanalda taban akışkan akışı ile karşılaştırılmıştır. Çalışma sonucunda, farklı Reynolds sayılarının, kanal yapılarının ve akışkan tiplerinin, akış ve ısı transferine etkilerini gözlemleyebilmek için kanalda hız alanları, sıcaklık dağılımları ve vorteks yapıları elde edilmiştir. Bu görüntülerden, akış yapısının kanal giriş hızından ve kanal geometrisinden oldukça etkilendiği görülmüştür. Yivli kanal yüzeylerinin ve VGs'nin akış karışımının iyileşmesinde önemli bir rolü olduğu görülmüştür. VGs'nin bulunduğu kanalda, özellikle yüksek Reynolds sayılarında, kanal yüzeyindeki sıcaklık gradyanı önemli ölçüde azalmıştır. Artan Reynolds sayısında, tüm kanal akışlarında ısı transferinin arttığı, VGs bulunan kanalda nanoakışkan akışında en yüksek ısı transferinin elde edildiği tespit edilmiştir. Kanal içerisindeki vorteks üreteçleri ve nanopartiküller, Nusselt sayısını artırırken sürtünme faktörünün de bir miktar artmasına neden olmuştur. En yüksek Nusselt sayısı, $Re = 900$ ve $\phi=0,05$ 'de VGs'nin bulunduğu kanada 7,31 olarak elde edilirken en yüksek boyutsuz sürtünme faktörü yine aynı parametrelerde 2,56 olarak elde edilmiştir. VGs'nin bulunduğu kanalda, Al_2O_3 -su nanoakışkan akışında ısı transfer performansı, düz kanalda taban akışkan akışına göre 1,29 kat iyileşmiştir. Bu çalışma ile merkezinde VGs'nin bulunduğu yivli bir kanalda, Al_2O_3 -su nanoakışkanın laminar daimi akış şartlarında ısı transferinin iyileşmesinde önemli bir potansiyele sahip olduğu kanıtlanmıştır.

REFERANSLAR

- [1] Alam T, Saini RP, Saini JS. Use of turbulators for heat transfer augmentation in an air duct—A review. *Renewable Energy*. 2014; 62: 689-715.
- [2] Nanan K, Piriyarungrod N, Thianpong C, Wongcharee K, Eiamsa-ard S. Numerical and experimental investigations of heat transfer enhancement in circular tubes with transverse twisted-baffles. *Heat Mass Transf*. 2016; 52: 2177–2192.
- [3] Luan NT, Phu NM. Thermohydraulic correlations and exergy analysis of a solar air heater duct with inclined baffles. *Case Stud Therm Eng*. 2020; 21: 100672.
- [4] Ameer H, Sahel D, Menni Y. Numerical investigation of the performance of perforated baffles in a plate-fin heat exchanger. *Thermal Science*. 2021; 25 (5B): 3629-3641.
- [5] Li Z, Gao Y. Numerical study of turbulent flow and heat transfer in cross corrugated triangular ducts with delta-shaped baffles. *Int J Heat Mass Transf*. 2017; 108: 658–670.
- [6] Kurtulmuş N, Zontul H, Sahin B. Heat transfer and flow characteristics in a sinusoidally curved converging-diverging channel. *Int J Thermal Sciences*. 2020; 148: 106163.
- [7] Surendhar G, Srinivasan G, Muthukumar P, Senthilmurugan S. Performance analysis of arc rib fin embedded in a solar air heater. *Thermal Science and Engineering Progress*. 2021; 23: 100891.
- [8] Islam Md, Nurizki A, Barsoum I, Ayish N, Simmons R. Experimental study of heat transfer and flow of delta winglets inline arrays in a tube heat exchanger for enhanced heat transfer. *Heat Transfer*. 2021; 50: 3582–3602.
- [9] Bidari MV, Nagaraj PB, Lalagi G. Influence of different types of vortex generators (VGs) to enhance heat transfer performance in heat exchangers. A review. *Int J Ambient Energy*. DOI: 10.1080/01430750.2021.1980740.
- [10] Deylami HM, Amanifard N, Sanaei M, Kouhikamali R. Numerical investigation of heat transfer and pressure drop in a corrugated channel. *Int J Engineering Transactions A: Basics*. 2013; 26 (7): 771-780.
- [11] Nakhchi ME. Experimental optimization of geometrical parameters on heat transfer and pressure drop inside sinusoidal wavy channels. *Therm Sci Eng Prog*. 2019; 9: 121–31.
- [12] Kurtulmus N, Sahin B. Experimental investigation of pulsating flow structures and heat transfer characteristics in sinusoidal channels. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2020; 167: 105268.
- [13] Davkhar NE, Deshmukh NK. Review on analysis of heat transfer and fluid flow characteristics in corrugated duct. *Int J Research Publication and Reviews*. 2021; 2 (1): 262-268.

- [14] Kurtulmus N, Sahin B. A review of hydrodynamics and heat transfer through corrugated channels. *Int Commun Heat and Mass Transfer*. 2019; 108: 104307.
- [15] Zontul H, Hamzah H, Kurtulmus N, Sahin B. Investigation of convective heat transfer and flow hydrodynamics in rectangular grooved channels. *Int Commun Heat and Mass Transfer*. 2021; 126: 105366.
- [16] Brodnianská Z, Kotšmíd S. Intensification of convective heat transfer in new shaped wavy channel configurations. *Int J Thermal Sciences*. 2021; 162: 106794.
- [17] Mehta SK, Pati S, Baranyi L. Effect of amplitude of walls on thermal and hydrodynamic characteristics of laminar flow through an asymmetric wavy channel. *Case Studies in Thermal Engineering*. 2022; 31: 101796.
- [18] Nakhchi ME, Hatami M, Rahmati M. Experimental investigation of performance improvement of double-pipe heat exchangers with novel perforated elliptic turbulators. *International Journal of Thermal Sciences*, 2021; 168: 107057.
- [19] El Habet MA, Ahmed SA, Saleh MA. The effect of using staggered and partially tilted perforated baffles on heat transfer and flow characteristics in a rectangular channel. *Int J Thermal Sciences*. 2022; 174: 107422.
- [20] Chang SW, Cheng TH. Thermal performance of channel flow with detached and attached pin-fins of hybrid shapes under inlet flow pulsation. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2021; 164: 120554.
- [21] Samadifar M, Toghraie D. Numerical simulation of heat transfer enhancement in a plate-fin heat exchanger using a new type of vortex generators. *Applied Thermal Engineering*. 2018; 133: 671-681.
- [22] Bahiraei M, Naseri M, Monavari A. Thermal-hydraulic performance of a nanofluid in a shell-and-tube heat exchanger equipped with new trapezoidal inclined baffles: Nanoparticle shape effect. *Powder Technology*. 2022; 395: 348–359.
- [23] Skullong S, Promvong P, Thianpong C, Pimsarn M. Thermal performance in solar air heater channel with combined wavy-groove and perforated-delta wing vortex generators. *Applied Thermal Engineering*. 2016; 100: 611–620.
- [24] Sun Z, Zhang K, Li W, Chen Q, Zheng N. Investigations of the turbulent thermal-hydraulic performance in circular heat exchanger tubes with multiple rectangular winglet vortex generators. *Appl Therm Eng*. 2020; 168: 114838.
- [25] Zheng N, Yan F, Zhang K, Zhou T, Sun Z. A review on single-phase convective heat transfer enhancement based on multi-longitudinal vortices in heat exchanger tubes. *Appl Therm Eng*. 2020; 164: 114475.
- [26] Kumar R, Goel V, Kumar A. Investigation of heat transfer augmentation and friction factor in triangular duct solar air heater due to forward facing chamfered rectangular ribs: A CFD based analysis. *Renewable Energy*. 2018; 115: 824–835.

- [27] Modi JA, Rathod MK. Comparative study of heat transfer enhancement and pressure drop for fin-and-circular tube compact heat exchangers with sinusoidal wavy and elliptical curved rectangular winglet vortex generator. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2019; 141: 310-326.
- [28] Promvong P, Promthaisong P, Skullong S. Experimental and numerical heat transfer study of turbulent tube flow through discrete V-winglets. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2020; 151: 119351.
- [29] Sriromreun P, Thianpong C, Promvong P. Experimental and numerical study on heat transfer enhancement in a channel with Z-shaped baffles. *Int Commun Heat Mass Transf*. 2012; 39 (7): 945–952.
- [30] Turgut O, Kızıllırmak E. Effects of Reynolds number, baffle angle, and baffle distance on 3-D turbulent flow and heat transfer in a circular pipe. *Thermal Science*. 2015; 19 (5): 1633-1648.
- [31] Promvong P, Tamna S, Pimsarn M, Thianpong C. Thermal characterization in a circular tube fitted with inclined horseshoe baffles. *Appl Therm Eng*. 2015; 75: 1147–1155.
- [32] Kumar R, Kumar A, Chauhan R, Sethi M. Heat transfer enhancement in solar air channel with broken multiple V-type baffle. *Case Stud Therm Eng*. 2016; 8: 187–197.
- [33] Sahel D, Ameur H, Benzeguir R, Kamla Y. Enhancement of heat transfer in a rectangular channel with perforated baffles. *Appl Therm Eng*. 2016; 101: 156–164.
- [34] Menni Y, Azzi A, Chamkha AJ, Harmand S. Analysis of fluid dynamics and heat transfer in a rectangular duct with staggered baffles. *J Appl Comput Mech*. 2019; 5 (2): 231-248.
- [35] Bensaci CE, Moumami A, Sanchez de la Flor FJ, RodriguezJara EA, Rincon-Casado A, Ruiz-Pardo A. Numerical and experimental study of the heat transfer and hydraulic performance of solar air heaters with different baffle positions. *Renew Energy*. 2020; 155: 1231–1244.
- [36] Wang D, Liu J, Liu Y, Wang Y, Li B, Liu J. Evaluation of the performance of an improved solar air heater with “S” shaped ribs with gap. *Sol Energy*. 2020; 195: 89–101.
- [37] Akcay S, Akdag U. Parametric investigation of effect on heat transfer of pulsating flow of nanofluids in a tube using circular rings. *Pamukkale University, Journal of Engineering Sciences*. 2018; 24 (4): 597-604.
- [38] Shahsavari A, Alimohammadi SS, Askari IB, Ali HM. Numerical investigation of the effect of corrugation profile on the hydrothermal characteristics and entropy generation behavior of laminar forced convection of non-Newtonian water/CMC-CuO nanofluid flow inside a wavy channel. *Int Commun Heat and Mass Transfer*. 2021; 121: 105117.
- [39] Chandrasekar M, Suresh S, Bose AC. Experimental studies on heat transfer and friction factor characteristics of Al_2O_3 /water nanofluid in a circular pipe

- under laminar flow with wire coil inserts. *Exp Therm Fluid Sci.* 2010; 34 (2): 122–30.
- [40] Karouei SHH, Ajarostaghi SSM, Gorji-Bandpy M, Fard SRH. Laminar heat transfer and fluid flow of two various hybrid nanofluids in a helical double pipe heat exchanger equipped with an innovative curved conical turbulator. *Journal of Thermal Analysis and Calorimetry.* 2021; 143: 1455–1466.
- [41] He W, Toghraie D, Lotfipour A, Pourfattah F, Karimipour A, Afrand M. Effect of twisted-tape inserts and nanofluid on flow field and heat transfer characteristics in a tube. *Int Commun Heat and Mass Transfer.* 2020; 110: 104440.
- [42] Heshmati A, Mohammed HA, Darus AN. Mixed convection heat transfer of nanofluids over backward facing step having a slotted baffle. *Applied Mathematics and Computation.* 2014; 240: 368–386.
- [43] Alnak DE. Thermohydraulic performance study of different square baffle angles in cross-corrugated channel. *Journal of Energy Storage.* 2020; 28: 101295.
- [44] Ajeel RK, Sopian K, Zulkifli R. Thermal-hydraulic performance and design parameters in a curved-corrugated channel with L-shaped baffles and nanofluid. *Journal of Energy Storage.* 2021; 34: 101996.
- [45] Manca O, Nardini S, Ricci D. A numerical study of nanofluid forced convection in ribbed channels. *Applied Thermal Engineering.* 2012; 37: 280–297.
- [46] Menni Y, Chamkha AJ, Ghazvini M, Ahmadi MH, Ameer H, Issakhov A, Inc M. Enhancement of the turbulent convective heat transfer in channels through the baffling technique and oil/multiwalled carbon nanotube nanofluids. *Numerical Heat Transfer, Part A: Applications.* 2021; 79 (4): 311–351.
- [47] Huminic G, Huminic A. Heat transfer and flow characteristics of conventional fluids and nanofluids in curved tubes: A review. *Renew Sustain Energy Rev.* 2016; 58: 1327–1347.
- [48] Qi C, Wan YL, Li CY, Han DT, Rao ZH. Experimental and numerical research on the flow and heat transfer characteristics of TiO₂-water nanofluids in a corrugated tube. *Int J Heat and Mass Transfer.* 2017; 115: 1072–1084.
- [49] Pordanjani AH, Aghakhani S, Afrand M, Mahmoudi B, Mahian O, Wongwises S. An updated review on application of nanofluids in heat exchangers for saving energy. *Energy Conversion Management.* 2019; 198: 111886.
- [50] Mei S, Qi C, Luo T, Zhai X, Yan Y. Effects of magnetic field on thermohydraulic performance of Fe₃O₄-water nanofluids in a corrugated tube. *Int J Heat and Mass Transfer.* 2019; 128: 24–45.

- [51] Kaood A, Hassan MA. Thermo-hydraulic performance of nanofluids flow in various internally corrugated tubes. *Chemical Engineering & Processing: Process Intensification*. 2020; 154: 08043.
- [52] Tian M-W, Khorasani S, Moria H, Pourhedayat S, Dizaji HS. Profit and efficiency boost of triangular vortex-generators by novel techniques. *Int J Heat and Mass Transfer*. 2020; 156: 119842.
- [53] Akcay S. Investigation of thermo-hydraulic performance of nanofluids in a zigzag channel with baffles. *Adiyaman University Journal of Engineering Sciences*. 2021; 15: 525-534.
- [54] Akdag U, Akcay S, Demiral D. Heat transfer enhancement with laminar pulsating nanofluid flow in a wavy channel. *Int Commun Heat and Mass Transfer*. 2014; 59: 17–23.
- [55] Akdag U, Akcay S, Demiral D. Heat transfer enhancement with nanofluids under laminar pulsating flow in a trapezoidal-corrugated channel. *Progress in Computational Fluid Dynamics*. 2017; 17 (5): 302-312.
- [56] Akdag U, Akcay S, Demiral D. Heat transfer in a triangular wavy channel with CuO-water nanofluids under pulsating flow. *Thermal Science*. 2019; 23 (1): 191-205.
- [57] Pak B, Cho YI. Hydrodynamic and heat transfer study of dispersed fluids with submicron metallic oxide particles. *Experimental Heat Transfer*. 1998; 11 (2): 151–170.
- [58] Kakac S, Pramuanjaroenkij A. Review of convective heat transfer enhancement with nanofluids. *Int J Heat and Mass Transfer*. 2009; 52: 3187–3196.
- [59] ANSYS Inc. ANSYS Fluent user guide & theory guide- Release 15.0, 2015 USA.
- [60] Meyer JP, Abolarin SM. Heat transfer and pressure drop in the transitional flow regime for a smooth circular tube with twisted tape inserts and a square-edged inlet. *Int J Heat and Mass Transfer*. 2018; 117: 11-29.

Betonarme Perdelerin Doğrusal Olmayan Davranışının Makine Öğrenmesi Tabanlı Modellenmesi

Zeynep DEĞER¹

GİRİŞ

Betonarme perde duvarlar, önemli yanal dayanım ve rijitlik sağlamak için deprem yüklemesine direnmek için yaygın olarak kullanılmaktadır. Analitik modellerdeki davranışlarını doğru bir şekilde yansıtmak için, doğrusal olmayan davranışı anlamak ve mümkün olduğunca doğru bir şekilde modellemek önemlidir. Literatürde, NIST GCR 17-917-45 [1]'de özetlendiği gibi, doğrusal olmayan modelleme için kabul görmüş modelleme yaklaşımları sonlu elemanlar (mikro-modelleme) ve eleman düzeyinde modelleme (makro-modelleme) [2] olmak üzere iki ana yaklaşımda sınıflandırılabilir. Sonlu eleman modelleme yaklaşımı, tipik olarak bünye denklemleri tanımlayarak problemin ayrıntılı bir şekilde kurulmasını içerir ve geometrik doğrusalsızlık gerilme-şekildeğiştirme düzeyindedir. Sonlu elemanlar modelleme yaklaşımı, detaylı sonuçlar vermesi ve yerel tepkileri yakalaması gibi avantajlarına rağmen, hesaplama açısından pahalı olduğu için tasarım ve performans değerlendirmesinde tercih edilmemektedir. Bilakis, makro-modeller kullanım kolaylıkları ve hesaplama verimliliği nedeniyle çok yaygın olarak kullanılmaktadır.

Literatürdeki mevcut makro-modellerin betonarme perde duvarlar için doğru tahminleri yaptığı gösterilmiştir. Bunların arasında, yayılı ve yığılı plastisite modelleri, deprem yönetmelikleri (örn: ASCE 41-17 [3], Eurocode 8 [4]) tarafından benimsenmiş ve hesaplama yazılımlarına [5-7] uygulanmıştır. Yayılı plastisite modeliyle karşılaştırıldığında, yığılı plastisite modeli aşağıdaki dezavantajlara sahiptir:

- yükleme-boşaltma sırasında kesit nötr eksenindeki deformasyonlar ihmal edilir,

¹ Dr. Öğr. Üyesi, İstanbul Teknik Üniversitesi, Afet Yönetimi Enstitüsü, Deprem Mühendisliği Anabilim Dalı, E-mail: tunaz@itu.edu.tr, ORCID: 0000-0003-3585-6477

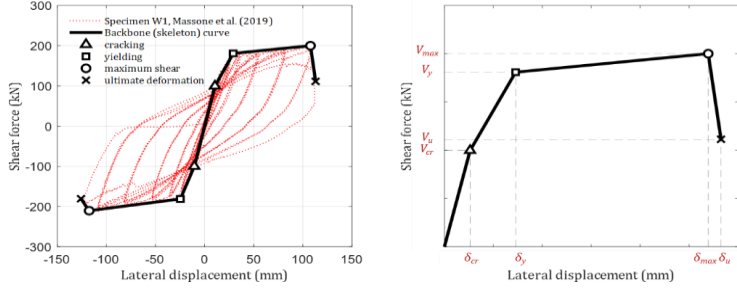
- duvarlara bağlanan kirişlerin katkısı ihmal edilir,
- eksenel yükteki değişimin duvar kesme mukavemeti ve rijitliği üzerindeki etkisi ihmal edilir.

Bununla birlikte, kullanım kolaylığı ve pratikte hesaplama verimliliği nedeniyle yığılı plastisite modelleri çokça tercih edilmektedir. Ayrıca her iki modelin de ortak bir dezavantajı olduğu, yani kesme-eğilme etkileşiminin dikkate alınmadığı belirtilmelidir. Literatürde kesme-eğilme etkileşimini açıklayan başka modelleme teknikleri de vardır [8-13]; ancak bunlar bu çalışmanın kapsamı dışındadır.

Yığılı plastisite yaklaşımında kullanılan plastik mafsallar, genel olarak basitleştirilmiş kuvvet-deformasyon ilişkileri ile, başka bir deyişle "zarf eğrileri" olarak adlandırılan dönme yayları yardımıyla tanımlanır. Zarf eğrileri tipik olarak kritik noktalarda birbirine bağlanan bir dizi doğrusal parçadan oluşur (Şekil 1). Yığılı plastisite yaklaşımının tarihi 1960'lara kadar uzanmasına rağmen [15-18], performans dayalı değerlendirme kılavuzlarında zarf eğrilerinin kullanımı ilk olarak 1997'de başlamıştır [19, 20]. Daha sonra, ilgili araştırma çalışmalarına dayalı modelleme parametrelerini güncelleyen FEMA 356 (2000) [21] ve ASCE 41 (2006) [22]'de zarf eğrileri önerilmiştir [23]. Çok doğrulu zarf eğrileri ASCE 41 [3]'te, çatlama, akma, tepe mukavemeti, nihai yer değiştirme ve artık mukavemet olmak üzere beş nokta ile tanımlanmıştır. ASCE 41'de kolonlar için önerilen zarf eğrilerinin tanımı, geçmişteki tablo biçimi yerine denklemler biçiminde ifade edilmek üzere yakın zamanda değiştirilmiştir. Bu revizyon, tahmin denklemlerinin daha iyi doğruluk ve daha kolay kullanım sağladığını, buna karşılık betonarme perde duvarlar için benzer bir çalışmaya ihtiyaç olduğunu göstermiştir.

Literatürde betonarme perde duvarların zarf eğrilerini tanımlamak için geleneksel yaklaşımlar mevcuttur; ancak, bunlar ya interpolasyon gerektirmekte ve genellikle bilinmeyen dağılımla (ASCE 41-17) ihtiyatlı alt sınır tahminleri sağlamaktadır ya da tüm davranış özelliklerini içermemektedir [1]. Ayrıca geleneksel yaklaşımlar, kesme-eğilme etkileşimli duvarlar için modelleme parametreleri hakkında tavsiyeler sağlamamaktadır. Bu çalışma, probleme makine öğrenmesi bakış açısıyla yaklaşarak bu boşluğu doldurmayı amaçlamaktadır. Makine öğrenmesi yöntemlerinin yapısal analiz ve malzeme modelleme alanında kullanımı 1980'lere uzanıyor olmasına rağmen [24,25], bu tür yöntemler özellikle yapısal deprem mühendisliği [26] alanında kümeleme, sınıflandırma veya regresyon [27,28] yoluyla bir girdi-çıkı problemi olarak yapısal bir sistemin fiziksel ilişkilerini modellemek için kullanılmış ve son

zamanlarda büyük ilgi görmüştür. Daha yakın zamanlarda, deprem kaynaklı bina hasarlarının [29], yığma duvarların [30], betonarme kiriş-kolon birleşim bölgelerinin [31] ve betonarme perde duvarların [32,33] göçme modlarını tahmin etmek için sınıflandırma problemlerinde kullanılmıştır.



Şekil 1. Yük-deformasyon tepkisi [14] ve zarf eğrisi tanımı

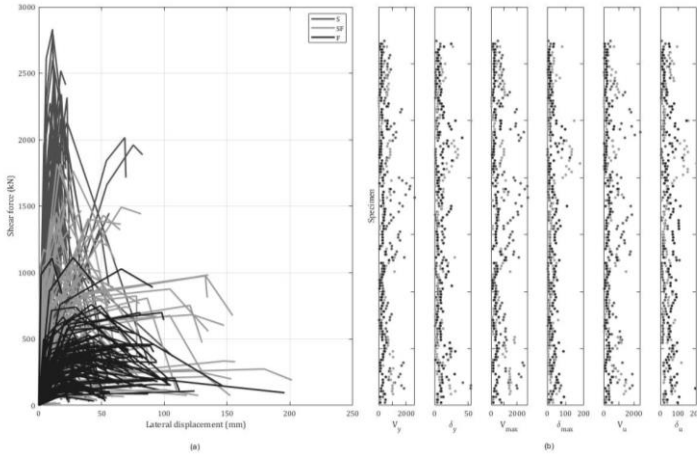
PERDE DUVAR DENEYLERİ VERİ TABANI

Zarf eğrilerinin makine öğrenmesi tabanlı tahmini problemi, esas olarak çok çıktılı bir regresyon problemidir. Duvar tasarım özellikleri (beton basınç dayanımı, yatay sınır güçlendirme oranı vb.) ve kritik zarf eğrisi değişkenleri sırasıyla girdi değişkenleri ve çıktı değişkenleri olarak belirlenmiştir. Dünya çapında yürütülen çeşitli deneysel çalışmalardan 500'den fazla perde duvar örneği, mevcut araştırmaların gözden geçirilmesine dayalı olarak toplanmıştır [34-36]. Onarılmış veya güçlendirilmiş duvarlar, monotonik yükleme altında test edilen numuneler, diyagonal ağ takviyesi, kompozit malzemeler veya içi boş bölümler ile yapılmış numuneler hariç tutularak bu çalışma için faydalı 300 numune elde edilmiştir. Bu çalışmada dikkate alınan girdi değişkenleri şunlardır: duvar yüksekliği (h_w), duvar uzunluğu (l_w), duvar kalınlığı (t_w), beton basınç dayanımı (f_c) ve donatı çeliği akma dayanımı (f_y), boyuna ve enine donatı oranı duvar sınırında (ρ_{bl} , ρ_{sh}) ve duvar gövdesinde (ρ_l , ρ_t), eksenel yük oranında ($P/A_g f_c$), en boy oranında (h_w/l_w) ve kesme açıklığı oranında ($M/V l_w$). Veri tabanı, çeşitli kesitlere (dikdörtgen veya dikdörtgen olmayan), sınır koşullarına (konsol veya iki uç ankastre) ve baskın davranış tiplerine (98 kesme kontrollü, 104 kesme-eğilme etkileşimi ve 109 eğilme kontrollü) sahip numuneleri içerir. Baskın davranış sınıflandırmasının tanımları ve veri tabanındaki ayrıntılar ilgili raporlarda elde edilebilir [37].

Zarf Eğrileri

Numunelerin zarf eğrilerini elde etmek için, Şekil 1(a)'da gösterildiği gibi, pozitif ve negatif yüklemelerde taban kesme-üst yanal yer değiştirme değerlerinin ortalaması alınmıştır. Şekil 1(b)'de gösterilen genelleştirilmiş bir zarf modeli, tüm göçme tiplerine sahip duvarlar için önerilmiştir. Genelleştirilmiş bir zarf eğrisinin kullanılması, kullanıcıların göçme modlarını tahmin etmek için duvarları önceden işlemelerine ihtiyaç duymamalarını ve buna bağlı olarak kullanım kolaylığı sağlamaktadır.

Zarf eğrileri, dört kritik aşamada kesme kuvveti ve yer değiştirmeyi içerir: çatlama, akma, kesme mukavemetine ulaşma ve nihai yer değiştirme. Çatlama noktasındaki kesme ve yer değiştirme (V_{cr} ve δ_{cr}), elastik duvar özellikleri ile ilişkilidir. Bu çalışmada, çatlama noktası ihmal edilmiş ve aşağıdaki altı zarf eğrisi değişkeni incelenmiştir: akma noktasında kesme ve yer değiştirme (V_y ve δ_y), kesme kapasitesinde kesme ve yer değiştirme (V_{max} ve δ_{max}) ve yer değiştirme kapasitesinde kesme ve yer değiştirme (V_u ve δ_u). Altı zarf eğrisi değişkeninin dağılımı Şekil 2(b)'de gösterilmektedir.



Şekil 2. (a) Deney numunelerine ait zarf eğrileri, (b) Zarf eğrisi değişkenlerinin dağılımı

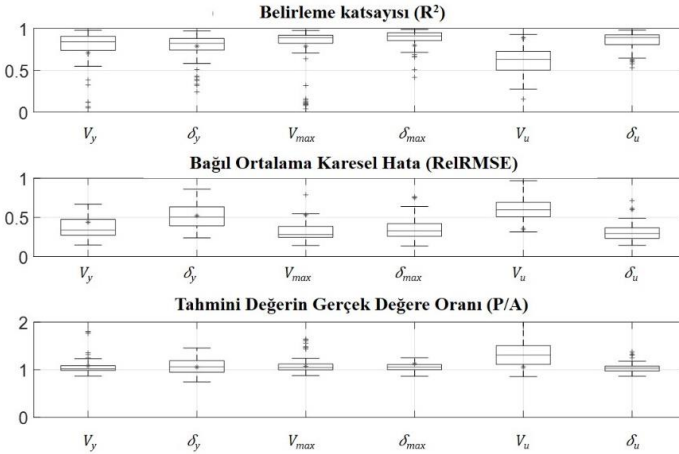
GAUSS SÜREÇ REGRESYONU (GPR) UYGULAMASI VE SONUÇLAR

Bu çalışmada araştırılan makine öğrenmesi problemi, birden çok çıktının tahmin edilmesi gerektiğinden çok çıktı bir regresyondur. Eğitim

ve test veri setleri sırasıyla %90 ve %10 oranında rastgele seçilirken, modellerin yüksek genelleme kabiliyetine ve sağlamlığına sahip olmasını sağlamak için yüz adet rastgele örnekleme yapılmıştır. GPR tabanlı modeller, her eğitim veri kümesinde oluşturulurken, doğrulama sonuçlarının her bir çıktı için yüz denemenin ortalaması alınır. Gauss Süreç Regresyonu (GPR) hakkında detaylı bilgi [37]'de verilmiştir.

Her çıktı için geliştirilen modeller, şu performans değerlerine göre değerlendirilmiştir: ortalama belirleme katsayısı (R^2), bağıl ortalama karesel hata (RelRMSE) ve tahmin doğruluğu (yani, tahmin edilenin gerçek değerlere oranı (P/A)). Makine öğrenmesi sonuçlarından elde edilen performans değerleri, her bir zarf değişkeni için Tablo 1'de özetlenmiştir. Sonuçlarda gösterildiği gibi, tüm zarf eğrisi değişkenleri için R^2 puanları %80'in üzerindedir ve düşük hatalar vermektedir. Bununla birlikte, V_u değişkeni için tahmin modeli daha düşük korelasyon (ortalama $R^2 = \%60$) ve daha yüksek hata göstermiştir.

Tablo 1'deki sonuçlar, GPR yönteminin kesme kontrollü (K) duvarlar için daha iyi tahminlerde bulunabildiği ancak eğilme kontrollü (E) duvarlar için doğrulukların daha düşük olduğunu göstermiştir. Kutu grafiklerinde de görüldüğü gibi (Şekil 3), tüm zarf değişkenleri için tahmini değerin gerçek değere oranı (P/A) 1.0'a yakındır. Bu da, özellikle kesme kontrollü duvarlar için modellerin güvenilirliğini ve stabilitesini teyit etmiştir.

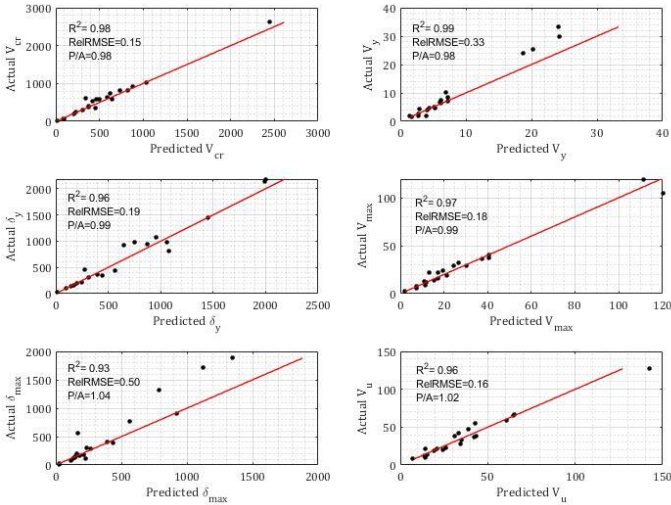


Şekil 3. Zarf eğrisi modellerinin GPR performansları

Hesap sonuçları, çok ince (uzunluk/kalınlık>20) ve çok narin (yükseklik/uzunluk>3.0) duvarların verilerde tutarsızlık oluşturduğunu ve modellerin korelasyonunu azalttığını göstermiştir. Aslında perde duvarlar için tipik uzunluk/kalınlık değeri 13.0 civarındadır [38,39]; bu nedenle muhtemelen daha ince duvarlar aynı modelle tahmin edilemeyen farklı davranış mekanizmaları oluşmuştur. Öte yandan, narinlik, literatürde göçme tipinin göstergesi olarak kullanılmaktadır [3]: narin duvarların genellikle eğilme kaynaklı, bodur duvarların ise genellikle kesme kaynaklı göçtüğü bilinmektedir. Bununla birlikte, literatürde tersini gösteren örnekler mevcuttur. Bu nedenle, narin duvarların zarf eğrisi ilişkileri, kesmeden göçseler bile ayrı ayrı değerlendirilmelidir.

Önerilen Tahmin Modelleri

Her bir zarf eğrisi değişkeni için GPR tabanlı tahmin modelleri geliştirilmiş ve önerilmiştir. Modellerin, aşağıdaki performans niteliklerini aynı anda sağladığı belirtilmiştir: yüksek R^2 , 1.0'a yakın P/A değeri ve düşük hata (RelRMSE). Performanslar, veri tabanının eğitim aşamasında kullanılmayan kısmına uygulanarak elde edilmiştir. Sonuçlar Şekil 4'te özetlenmiş olup, tahminlerin $y = x$ doğrusunda veya yakınında olduğu, dolayısıyla doğru olarak tanımlandığı gösterilmiştir. Sonuçlar, önerilen modellerin özellikle $V_{\max}$ ve $\delta_{\max}$ tahmininde mükemmel tahmin yapabildiğini göstermektedir.



Şekil 4. Önerilen modellerin regresyon korelasyonları

Tablo 1. Tahmin modellerinin performans değerleri

Çıktı	Göçme tipi*	Ortalama R ²	Ortalama RelRMSE	P/A (Ort ± Std. Sapma)
V _y	K	0.89	0.30	1.02 ± 0.22
	KE	0.83	0.32	1.15 ± 0.52
	E	0.74	0.26	1.03 ± 0.35
	Tümü	0.79	0.52	1.06 ± 0.41
δ _y	K	0.85	0.74	1.01 ± 0.48
	KE	0.81	0.37	1.12 ± 0.50
	E	0.58	0.43	1.15 ± 0.64
	Tümü	0.64	0.55	1.11 ± 0.66
V _{max}	K	0.86	0.41	1.05 ± 0.32
	KE	0.90	0.26	1.09 ± 0.39
	E	0.67	0.34	1.02 ± 0.32
	Tümü	0.80	0.69	1.10 ± 0.57
δ _{max}	K	0.86	0.28	1.05 ± 0.37
	KE	0.89	0.34	1.03 ± 0.35
	E	0.65	0.30	1.05 ± 0.29
	Tümü	0.79	0.42	1.03 ± 0.38
V _u	K	0.47	0.70	1.19 ± 1.03
	KE	0.64	0.53	1.12 ± 0.80
	E	0.70	0.40	1.16 ± 0.56
	Tümü	0.58	0.67	1.15 ± 0.83
δ _u	K	0.90	0.21	1.05 ± 0.25
	KE	0.81	0.32	0.99 ± 0.26
	E	0.71	0.25	0.94 ± 0.27
	Tümü	0.79	0.34	1.05 ± 0.36

* K=kesme, KE=kesme-eğilme etkileşimi, E=eğilme

Daha önce belirtildiği gibi, önerilen GPR tabanlı zarf eğrisi modelleri, kullanıcıların göçme modlarını sınıflandırmak için ön işlem yapmaya gerek kalmadan kullanabilmeleri için genelleştirilmiştir. Yine de, tahminlerin kesme kontrollü ve kesme-eğilme etkileşimi gösteren duvarlar için daha güvenilir olduğu belirlenmiştir. Bu nedenle, kullanıcıların daha

güvenilir bir zarf eğrisi tahmini elde etmek için yeni bir duvar numunesine güvenilir bir sınıflandırma modeli [32,33] uygulaması tavsiye edilir.

SONUÇLAR

Performansa dayalı tasarım daha popüler hale geldikçe, gerçekçi değerlendirmeler elde etmek için çevrimsel davranışı mümkün olduğunca doğru bir şekilde simüle etmek önemlidir. Bu çalışmanın amacı, yaygın olarak kullanılan bir modelleme aracı olan zarf eğrisi için makine öğrenmesi yöntemlerini kullanarak tahmine dayalı modeller geliştirmek ve bu ihtiyacı karşılamaktır. Zarf eğrisini tanımlamak için altı değişken; akma noktasında kesme ve deformasyon (V_y ve δ_y), kesme mukavemeti noktasında kesme ve deformasyon (V_{max} ve δ_{max}) ve nihai deformasyon noktasında kesme ve deformasyon (V_u ve δ_u) değerleri olarak belirlenmiş ve tahmin modelleri Gauss Süreç Regresyonu (GPR) tabanlı olarak geliştirilmiştir. Modellerin girdi değişkenleri duvar tasarım özellikleri (örn: beton basınç dayanımı, donatı detayları, duvar geometrisi) olarak tanımlanmıştır. Modeller, eğitim verileri kullanılarak geliştirilmiş olup, model performansları eğitim sürecinde kullanılmayan test verilerine göre değerlendirilmiştir.

Tüm tahmine dayalı zarf eğrisi modelleri için yüksek performans puanları elde edilmiştir. V_{max} ve δ_{max} için mükemmel performans elde edilirken, V_u için nispeten düşük performans gözlenmiştir. Ayrıca, tahminlerin kesme kontrollü ve kesme-eğilme etkileşimi gösteren duvarlar için daha güvenilir olduğu kaydedilmiştir. En güvenilir ve yüksek performans için önerilen modellerin uzunluk/kalınlık oranı 20'den düşük ve yükseklik/uzunluk oranı 3'ten küçük olan duvarlar için kullanılması tavsiye edilmektedir.

REFERANSLAR

1. Hamburger R, Deierlein G, Lehman D, Lignos D, Lowes L, Pekelnicky R, et al. Recommended modeling parameters and acceptance criteria for nonlinear analysis in support of seismic evaluation, retrofit, and design. Rep. No. NIST GCR, 2017, p. 17–917.
2. Taucer F, Spacone E, Filippou FC. A fiber beam-column element for seismic response analysis of reinforced concrete structures, Vol. 91. Earthquake Engineering Research Center, College of Engineering, University; 1991.
3. ASCE-41. ASCE standard, ASCE/SEI, 41-17, seismic evaluation and retrofit of existing buildings. American Society of Civil Engineers; 2017.
4. Standard B. Eurocode 8: Design of structures for earthquake resistance Part 3. 2005. p. 1998–3.

Research in Natural and Engineering Sciences

5. Perform3D. Nonlinear analysis and performance assessment of 3D structures, PERFORM-3D. Berkeley, California: Computers and Structures, Inc. 2016.
6. ETABS. Integrated analysis, design and drafting of building systems. Berkeley, California: Computers and Structures, Inc. 2017.
7. Mazzoni S, McKenna F, Scott MH, Fenves GL, et al. OpenSees command language manual. Vol. 264. Pacific Earthquake Engineering Research (PEER) Center. Berkeley, California, United States. 2006.
8. Vulcano A, Bertero VV, Colotti V. Analytical modeling of RC structural walls. In: Proc, 9th World Conference on Earthquake Eng, Vol. 6. 1988, p. 41–6.
9. Panagiotou M, Restrepo JJ, Schoettler M, Kim G. Nonlinear cyclic truss model for reinforced concrete walls. *ACI Struct J* 2012;109(2):205.
10. Fischinger M, Rejec K, Isaković T. Modeling inelastic shear response of RC walls. In: Proceedings, 15th World Conference on Earthquake Eng, Vol. 1120. 2012.
11. Kolozvari K, Biscombe L, Dashti F, Dhakal RP, Gogus A, Gullu MF, et al. State-of-the-art in nonlinear finite element modeling of isolated planar reinforced concrete walls. *Eng Struct* 2019;194:46–65.
12. Kolozvari K, Orakcal K, Wallace JW. Modeling of cyclic shear-flexure interaction in reinforced concrete structural walls. I: Theory. *J Struct Eng* 2015;141(5):04014135.
13. Kolozvari K, Kalbasi K, Orakcal K, Massone LM, Wallace J. Shear-flexure interaction models for planar and flanged reinforced concrete walls. *Bull Earthq Eng* 2019;17(12):6391–417.
14. Massone LM, Díaz S, Manríquez I, Rojas F, Herrera R. Experimental cyclic response of RC walls with setback discontinuities. *Eng Struct* 2019;178:410–22.
15. Clough RW. Effect of stiffness degradation on earthquake ductility requirements. In: Proceedings of Japan earthquake engineering symposium. 1966.
16. Clough RW, Benuska KL. Nonlinear earthquake behavior of tall buildings. *J Eng Mech Div* 1967;93(3):129–46.
17. Giberson MF. The response of nonlinear multi-story structures subjected to earthquake excitation (Ph.D. thesis), California Institute of technology; 1967.
18. Takeda T, Sozen MA, Nielsen NN. Reinforced concrete response to simulated earthquakes. *J Struct Div* 1970;96(12):2557–73.
19. Council BSS. NEHRP guidelines for the seismic rehabilitation of buildings. FEMA Publication 273; 1997.
20. Council BSS. NEHRP commentary on the guidelines for the seismic rehabilitation of buildings. FEMA Publication 274; 1997.
21. FEMA-356. Prestandard and commentary for the seismic rehabilitation of building. Rehabilitation 2000;221.
22. ASCE-41. ASCE Standard, ASCE/SEI, 41-06, seismic evaluation and retrofit of existing buildings. American Society of Civil Engineers; 2006.

Research in Natural and Engineering Sciences

23. Wallace J. Lightly reinforced wall segments. In: New information on the seismic performance of existing concrete buildings seminar notes. CA: Earthquake Engineering Research Institute Oakland; 2006.
24. Adeli H, Yeh C. Perceptron learning in engineering design. *Comput Aided Civ Infrastructure Eng* 1989;4(4):247–56.
25. Vanluchene R, Sun R. Neural networks in structural engineering. *Comput Aided Civ Infrastructure Eng* 1990;5(3):207–15.
26. Salehi H, Das S, Chakrabartty S, Biswas S, Burgueño R. Damage identification in aircraft structures with self-powered sensing technology: A machine learning approach. *Struct Control Health Monit* 2018;25(12): 2262.
27. Sudret B, Mai C, Konakli K. Assessment of the lognormality assumption of seismic fragility curves using non-parametric representations. *Earthq Eng Struct Dyn* 2014;43(May):2075–95, arXiv:1403.5481.
28. Jiang Y, Luo J, Liao G, Zhao Y. An efficient method for generation of uniform support vector and its application in structural failure function fitting. *Struct Saf* 2015;54:1–9.
29. Zhang Y, Burton HV, Sun H, Shokrabadi M. A machine learning framework for assessing post-earthquake structural safety. *Struct Saf* 2018;72:1–16.
30. Huang H, Burton HV. Classification of in-plane failure modes for reinforced concrete frames with infills using machine learning. *J Build Eng* 2019;25:100767.
31. Mangalathu S, Jeon J-S. Classification of failure mode and prediction of shear strength for reinforced concrete beam-column joints using machine learning techniques. *Eng Struct* 2018;160:85–94.
32. Mangalathu S, Jang H, Hwang S-H, Jeon J-S. Data-driven machine-learning based seismic failure mode identification of reinforced concrete shear walls. *Eng Struct* 2020;208:110331.
33. Deger, Z. T., & Taskin Kaya, G. (2022). Glass-box model representation of seismic failure mode prediction for conventional reinforced concrete shear walls. *Neural Computing and Applications*, 1-13.
34. Deger ZT, Basdogan C. Empirical expressions for deformation capacity of reinforced concrete structural walls. *ACI Struct J* 2019;116(6).
35. NEES. NEES: Shear wall database. 2017, URL <https://datacenterhub.org/resources/260>.
36. Grammatikou S, Biskinis D, Fardis MN. Strength, deformation capacity and failure modes of RC walls under cyclic loading. *Bull Earthq Eng* 2015;13(11):3277–300.
37. Deger ZT, Taskin Kaya G, Sutcu F, Topaloglu B, Tahaei S. Betonarme perdelerde enerji sönümleme davranışının meta-modelleme yöntemleriyle incelenmesi (in Turkish). Tech. rep., Ankara,Turkey: The Scientific and Technological Research Council of Turkey; 2021.
38. Wallace, J. W. Behavior, design, and modeling of structural walls and coupling beams—Lessons from recent laboratory tests and earthquakes. *International Journal of Concrete Structures and Materials*, 2012, 6(1), 3-18.

Research in Natural and Engineering Sciences

39. Magna-Verdugo, C.E.; Kunnath, S.K. Non-linear response analysis of reinforced concrete shear walls using multispring macro-models. In: Proc. of the 10th National Conf. in Earthq. Eng. 2014.

The Applications of Supercapacitors for Energy Storage: A Review

Fatih ERDEMİR¹

Introduction

The solar, wind, geothermal, and electrical energy used every time should be sustainability. Energy from these practices is created and transformed to different systems by several instruments. Electrical energy is the most suitable type of energy that by the devices can be altered into different forms (1). Electrical energy storage devices will consequently be important for effectively turning the cyclic type of renewable energy sources. Batteries and capacitors are most common used for electrical energy storage systems. Batteries practice chemistry, in the form of chemical reactants, to store electrical energy. However, the supercapacitors (SCs) use energy directly as charge to store. Batteries have high specific energy while they have low specific power; capacitors, by contrast, have low specific energy with high specific power energy. (2,3) (Fig.1)

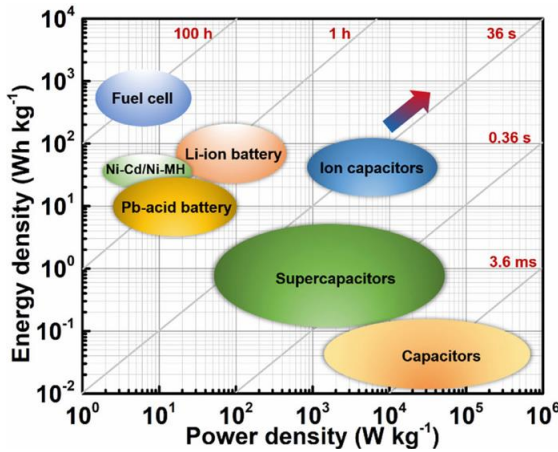


Figure 1. The relationship with energy and power density for the energy storage devices (4).

SCs display no main changes in the properties of the electrode materials after several charged and discharged times. The charging time in SCs are lower than the

¹ Doçent Dr, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Metalurji ve Malzeme Mühendisliği Bölümü, Trabzon, Email: ferdemir@ktu.edu.tr

faradaic reaction in batteries. The energy density of SC which has higher power density is lower than batteries.

Additionally, the procedures time set up are different. SCs can be charged and discharged in a very short time, but the batteries need almost more minutes to charge and discharging time of batteries change from hours to days. The several significant applications demand the use of batteries and SCs in mixture. For instance, batteries and SCs combination will be most common used the next generation of hybrid vehicles. This system should have substantially higher energy and power densities, quicker recharge times, and longer charge–discharge cycle lifetimes for use in hybrid and pure electric vehicles (5).

The aim is to improve innovative energy storage techniques that join advanced novel materials, technique, and design.

DISCUSSION

As can be seen in the figure 2, SCs combine with four elements. It shows the representation of a characteristic SC consisting of anode and cathode electrodes consist of active materials on current collectors, an electrolyte and a barrier that electrically separates the anode and cathodes. According to device architecture and charge storage mechanisms of electroactive materials, SCs can be divided into three groups: symmetrical, asymmetrical, and hybrid SCs (6).

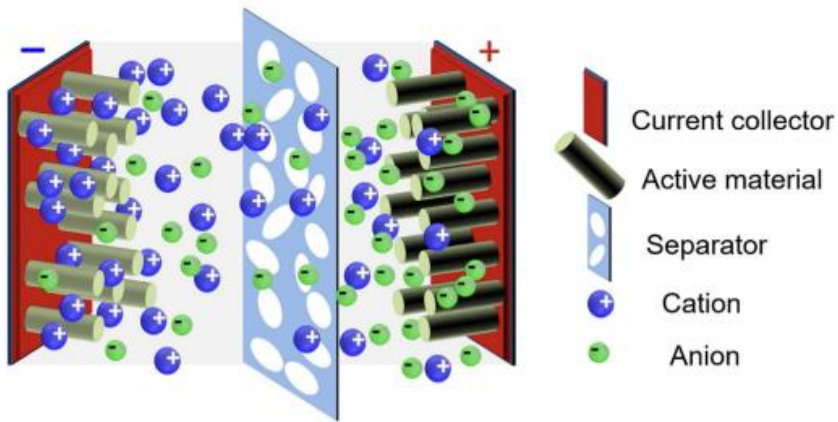


Figure 2. Schematic view of a supercapacitor (6).

The charge and discharge behavior of the active materials can be classified as electrical double layered capacitance (EDLC), pseudo-capacitance, and battery type. SC devices consist of half cells where electrochemistry occurs at the change of electrochemical potential between cathode and cathode. The application of a potential difference causes to the development of an EDL at the boundary of an anode or cathode and liquid electrolyte. The EDLC is coordinated by a reversible reaction of ions between anode or cathode electrode and liquid electrolyte. The carbon electrodes can be displayed the EDLC behaviors due to their perfect porous structure (7). The pseudo capacitors which have pseudo-capacitance behaviors with surface redox or intercalation energy storage mechanism can suffer rapid and reversible surface redox reactions and stock more charges than EDLC. Surface redox pseudo-capacitance stock charges by reversible reaction of electrolyte ions on the surface of anode or cathode material where faradaic redox reactions happen. As can be seen in fig. 3, surface redox pseudo-capacitance performs like EDLC with linear and triangle shape of galvanic charge/ discharge (GCD) and approximately rectangular cyclic voltammetry (CV) curves. The pseudo capacitors can be exhibited high energy density like batteries and high-power density as capacitors. The capacitors attract attention because of the potential combination of the benefits of batteries and capacitors (8).

The increase in the electrode power by increasing of active surface area will just broaden its detached peaks (Figure 3g), and its characteristic

potential -time curves can be seen in Figure 3i. It is neither a battery nor a capacitor. Some of researchers submitted that the term “oxide (or nitride, carbide, etc.) supercapacitor” (9).

The cyclic voltammograms including extreme, obviously detached

oxidative and reductive peaks (Figure 3h), and potential -time curves with obvious plateaus (Figure 3i), should be characterized by way of a battery type electrode. The peak current of a battery materials will be related to the square root of the scanning speed, while a capacitor style electrode will display linear current reliance on the scanning speed (10).

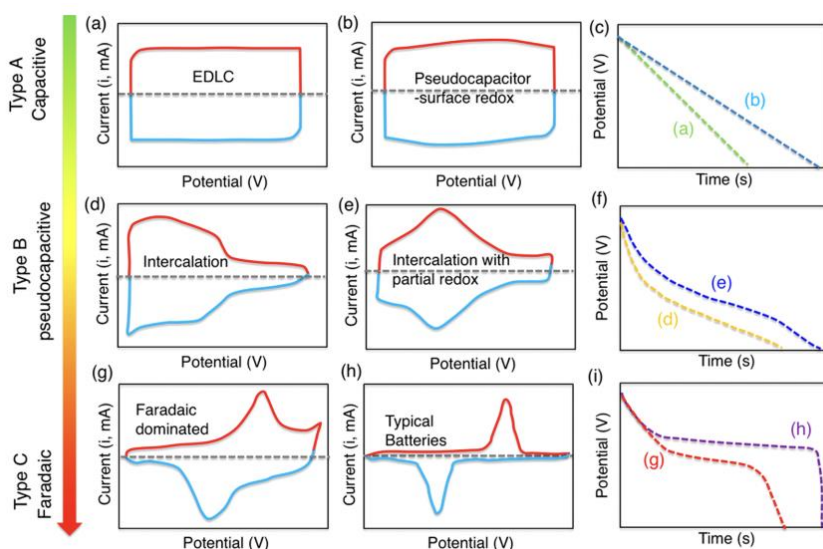


Fig.3. The CV and GCD curves for different categories of electrochemical energy-storage materials – EDLCs, pseudo capacitors, and batteries; respectively. CV curve for (a) EDLCs, (b) surface redox pseudo-capacitance, (d) intercalation- pseudo-capacitance, (e) intercalation and reversible redox pseudo-capacitance, (g, h) battery, respectively whereas; GCD curve for (c) EDLCs and surface redox pseudo-capacitance, (f) intercalation and reversible redox pseudo-capacitance, (i) battery (8).

Electrochemical impedance spectroscopy (EIS) is a well-established quantitative method to discriminate among energy storage systems. The frequency difference of exchanging applied current (AC) indication show special electrochemical experiences established on the frequency reaction. A three-electrode cell is required to separate single-electrode, as a two-electrode cell will display impedances from the electrodes. The low frequency data (≤ 10 mHz) shows experiences like an ion diffusion in

reversible redox pseudo-capacitance and intercalation system. The medium frequency (0 mHz-1 kHz) data classically shows activities at the charge-discharge reactions and EDLC charging. The high frequency (≥ 1 kHz) data contains like electrolyte and interfacial resistances. Nyquist plots show the real (ZRE) and imaginary (-ZIm) segment of the impedance. The frequency is not evident in the Nyquist plots and minor impedances can be eliminated by major impedances. It will be more beneficial to characterize together with Nyquist and Bode plots obtained from similar EIS data. EIS data are usually examined by appropriate equivalent electrical circuit model. Most of the circuit elements in the model for the energy storage device are usual electrical elements such as resistors, capacitors, inductors, and Warburg-Element. To be useful, the elements in the model should have a basis in the resistances, EDLC, and ion transport experiences. The pseudo capacitive behaviors can be demonstrated with a serial RC-circuit with a CPE (constant phase element) in combination with a Rct. As can be seen in Fig. 4, the sudden sloped curves means that pseudocapacitive behavior is main process at low states of charge between 0.5 V to 1.5 V. The reaction of faradaic develops primary as revealed by the establishment of a semi-circle at higher state of charges between 2 V to 2.5 V. At lower charge, the reaction of faradaic displays deficiency of important diffusion limitations according to the fast adsorption and result in increasing of charged anions at the electrode surface. When C_p is higher than CDL, the CDL data is insignificant. Therefore, the circuit can be characterized by a series construction at the current passes through Rct and CP. When CDL is higher than C_p , the circuit alternates to a parallel design where the overall current must pass the RC element including the electrical double layer capacitance CDL. Currently, the faradaic reaction develops progressively diffusion-limited related to the oxidation of the electrode and time-consuming diffusion of anions into the electrode (11).

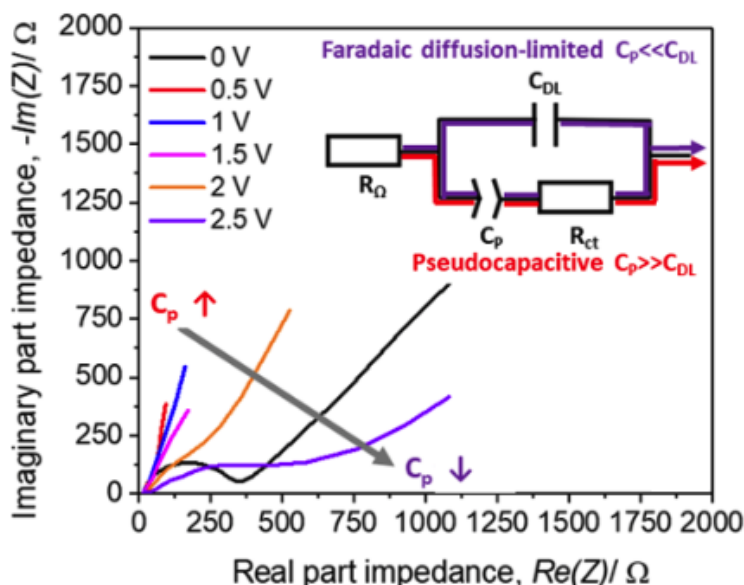


Fig.4. Nyquist plot of the battery at different states-of-charge (11).

Conclusion

This review offers a summary of the different kinds of energy storage mechanisms. A well-defined description of electrical double layered capacitance, pseudo-capacitance, and battery that work for unique it from faradaic charge storage processes provided. An explanation of characteristic energy storage systems that combine battery, capacitance a pseudo capacitance characteristic specified. Additionally, this review offers fully basic guides and easy operation libretti to distinct the dissimilar charge storage mechanisms by means of the electrochemical systems considered in here.

References

- [1] Dolf G., Francisco B., Deger S., Morgan D. B., Nicholas W., Ricardo G. The role of renewable energy in the global energy transformation, *Energy Strategy Rev.* 2019; 24, 38-50.
- [2] Tao Y., Bingyu K., Haoyu L., Shaohua G., Haoshen Z. Recent advances in sulfide electrolytes toward high specific energy solid-state lithium batteries, *Mater. Chem. Front.*, 2021,5, 4892-4911.
- [3] Yanchunxiao Q., Kasturi S., Jodie L., Eun-Suok O. Electronically conductive MXene clay-polymer composite binders for electrochemical double-layer capacitor electrodes, *J. Power Sources*, 2021, 506, 230138.
- [4] Yadi Z., Jiangmin J., Yufeng A., Langyuan W., Hui D., Jiaoxia Z., Yu Z., Shide W., Mengyao D., Xiaogang Z., Zhanhu G., Sodium ion capacitors: materials, mechanism and challenges, *Chem.Sus.Chem.*, 2020, 13, 2522-2539.
- [5] Hector D.A., Yasuyuki K., Jay C.H. Batteries and electrochemical capacitors, *Phys. Today*, 2008, 43-49.
- [6] Teng W. , Hai C. C. , Feng Y., Zhao X.S., Hongxia W. Boosting the cycling stability of transition metal compounds-based supercapacitors, *Energy Storage Mater.*, 2019, 16, 545-573.
- [7] Ann L., Ana A., François B. Change of self-discharge mechanism as a fast tool for estimating long-term stability of ionic liquid based supercapacitors, *J. Power Sources*, 2018, 396, 220-229.
- [8] Winter M., Brodd R.J. What are batteries, fuel cells, and supercapacitors? *Chem. Rev.* 2004, 104, 10.
- [9] Simon, P., Gogotsi, Y., Dunn, B. Where Do Batteries End and Supercapacitors Begin? *Science* 2014, 343, 1210–1211.
- [10] Yury G., Reginald M. P., Energy Storage in Nanomaterials – Capacitive, Pseudocapacitive, or Battery-like?, *ACS Nano* 2018, 12, 3, 2081–2083.
- [11] Schoetz T., Gordon L.W., Ivanov S., Bund A., Mandler D., Messinger R.J. Disentangling faradaic, pseudocapacitive, and capacitive charge storage: A tutorial for the characterization of batteries, supercapacitors, and hybrid systems, *Electrochim. Acta*, 2022, 412, 14007.